

RAZONAMIENTO MATEMÁTICO



13

13

RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

AUTORES

Lic. Cruz Cuentas, Mirsa Dolores
Lic. Fernandez Villaroel, Roger Alvaro

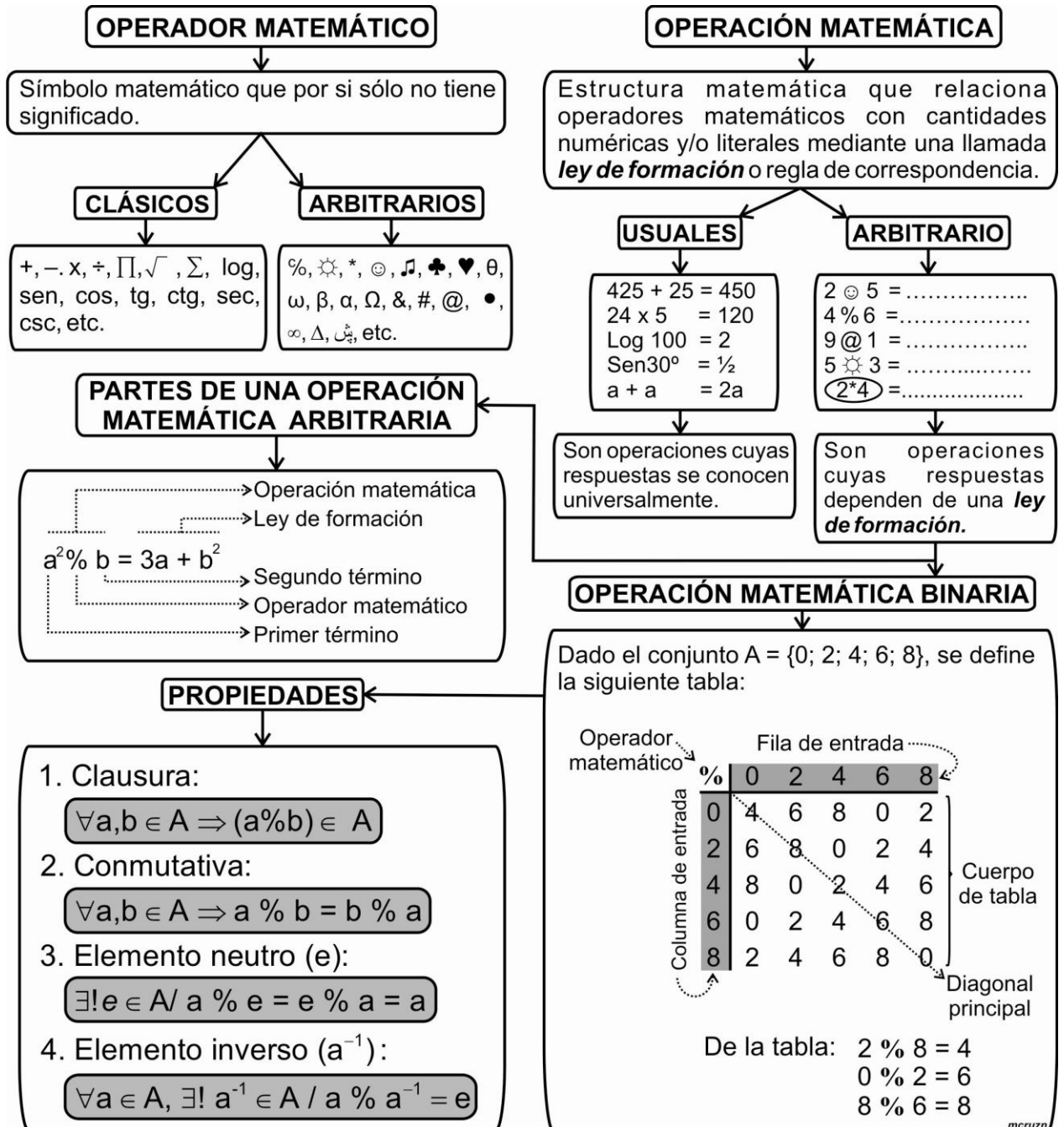
COLABORADORES EN LA REVISIÓN

Gallegos Flores, Fredy
Marcano Ccopa, Roger Roymir
Condori Flores, Kevin Peter

Chambilla Laquiticon, Adolfo
Cruz Noa, Miki Cayo
Suarez Andrade, Jose Luis
Loayza Torreblanca, Fabiola
Marcano Ccopa, Roger Roymir
Tapara Calcina, Maruja
Quispe Cahuana, Jorge
Salas Centeno, Juan
Banegas Roque, Jhoel Lee
Roque Salazar, Rene
Martinez Ortiz, Rodolfo Teodoro
Reynoso Machaca, Karina Betzabeth

Enriquez Molina, Heylem Soraida
Pocohuanca Quispe Victor
Condori Argandoña, Julio Alberto
Coaquira Quispe, Edgar
Ramos Flores, Edgar
Vasquez Machicao, Lalo

OPERACIONES MATEMÁTICAS



PROBLEMAS RESUELTOS

1. Si, $\sqrt{x+2} = 3x^2+1$. Hallar: $\boxed{3} + \boxed{4} + \boxed{5}$

- a) 292 b) 297 c) 248 d) 282 e) 200

Solución:

Haciendo un cambio de variable: $\sqrt{x} + 2 = y \Rightarrow x = (y-2)^2$

Así: $\boxed{y} = 3(y-2)^4$

Luego: $\boxed{3} = 4, \quad \boxed{4} = 49 \quad \boxed{5} = 244$

$\therefore \boxed{3} + \boxed{4} + \boxed{5} = 297$

2. Si, $a * b = (a - b)^2 + 2ab - b^2 + 4$.

Calcular: $n = 1 * (2 * (3 * (4 \dots (99 * 100))))$

- a) 7 b) 6 c) 5 d) 3 e) 9

Solución:

Efectuando operaciones en la ley de formación, se tiene:

$$a * b = a^2 - 2ab + b^2 + 2ab - b^2 + 4$$

$$a * b = a^2 + 4$$

Comparando términos de la operación arbitraria, resulta:

$$N = \underbrace{1}_a * \underbrace{(2 * (3 * (4 * \dots (199 * 100))))}_b = 1^2 + 4 = 5$$

3. Si, $\boxed{x^2 - x - 2} = 2x + 1$, con $x < 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

Calcular: $E = \boxed{\boxed{-3} + \boxed{-5} + 12}$

- a) -3 b) -2 c) -1 d) 0 e) 1

Solución:

Si, $x^2 - x - 2 = 4 \Rightarrow x = -2$, luego $\boxed{4} = -3$.

Asimismo: si, $x^2 - x - 2 = 10 \Rightarrow x = -3$, luego $\boxed{10} = -5$

$\therefore E = \boxed{-3 - 5 + 12} = \boxed{4} = -3$

4. Según la siguiente tabla:

*	2	4	6	8
2	6	8	10	12
4	18	20	22	24
6	38	40	42	44
8	66	68	70	72

Calcular: $16 * 332$

- a) 588 b) 608 c) 567 d) 602 e) 566

Solución:

De la tabla se puede extraer las siguientes operaciones:

$$\left. \begin{array}{l} 2 * 4 = 8 = 2^2 + 4 \\ 6 * 4 = 40 = 6^2 + 4 \\ 8 * 8 = 72 = 8^2 + 8 \end{array} \right\} \text{ Se deduce que: } a * b = a^2 + b$$

$$\therefore 16 * 332 = 16^2 + 332 = 588$$

5. De las siguientes tablas:

⊕	1	2	3
1	1	2	3
2	2	3	1
3	3	1	2

⊗	1	2	3
1	1	1	1
2	1	2	3
3	1	3	2

Hallar el valor de: $M = (a - b)$ si,

$(2 \otimes a) \oplus (3 \otimes b) = 1$ (1)

$(3 \otimes a) \oplus (1 \otimes b) = 2$ (2)

- a) 0 b) 1 c) -1 d) -2 e) 2

Solución:

En (2):

$(1 \otimes b) = 1$

$(3 \otimes a) \oplus 1 = 2$, de donde: $3 \otimes a = 2 \Rightarrow a = 3$.

Remplazando el valor de "a" en (1) se tiene:

$(2 \otimes 3) \oplus (3 \otimes b) = 1$

$3 \oplus (3 \otimes b) = 1$, de donde: $3 \otimes b = 2 \Rightarrow b = 3$

$\therefore M = (a - b) = 0$

6. Calcular el valor de: $R = \frac{(2 @ 5)(5 @ 2)}{(99 @ 100)(100 @ 99)}$

Si, $x^{x@y} = y^{(y-x)}$, $x \neq y \forall x, y \in R$

- a) -6 b) 6 c) 9 d) -9 e) 12

Solución:

De la operación arbitraria:

9. Si, $m \otimes n = \underbrace{m - n - m + n + m - n - m + n + \dots}_{(m+n) \text{ sumandos}}$

Calcule: $E = \left(\left(\left(\left(1 \otimes 7 \right)^{2 \otimes 16} \right)^{3 \otimes 15} \right)^{\dots} \right)^{17 \otimes 1}$

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

Solución:

$$E = \left(\left(\left(\left(\left(1 \otimes 7 \right)^{2 \otimes 16} \right)^{3 \otimes 15} \right)^{\dots} \right)^{17 \otimes 1} \right)$$

Se observa que: $1 \otimes 9 = \underbrace{9 - 9 - 9 + 9 + 9 - 9 - 9 + \dots}_{(9+9) \text{ sumandos}}$

$$1 \otimes 9 = 0$$

$$E = \left(\left(\left(\left(\left(1 \otimes 7 \right)^{2 \otimes 16} \right)^{3 \otimes 15} \right)^{\dots} \right)^0 \right)^{17 \otimes 1}$$

$$E = 1 \otimes 7 \quad 2 \otimes 16 \quad 3 \otimes 15 \quad \dots \times 0 \times \dots \quad 17 \otimes 1$$

$$E = 1 \otimes 7^0 = 1$$

10. Si, $\boxed{x} = x^4 - x^2 - x$. Calcule:

$$\boxed{\sqrt{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2} + \dots}}}}$$

- a) 1/3 b) 1/5 c) 1/4 d) 1/6 e) 1/2

Solución:

Como: $\boxed{x} = x^4 - x^2 - x$; y nos pide:

$$\boxed{\sqrt{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2} + \dots}}}}$$

Hacemos:
$$M = \sqrt{\frac{1}{2} + \underbrace{\sqrt{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2} + \dots}}_M}}$$

$$M = \sqrt{\frac{1}{2} + M}$$

Luego:

$$\boxed{M} = \left(\sqrt{\frac{1}{2} + M}\right)^4 - \left(\sqrt{\frac{1}{2} + M}\right)^2 - \left(\sqrt{\frac{1}{2} + M}\right)$$

$$\boxed{M} = \frac{1}{4} + M + M^2 - M^2 - M$$

$$\therefore \boxed{M} = \frac{1}{4}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Si, $\boxed{A} = 2A^2 - 5$. Hallar : $V = \boxed{2} + 3\boxed{3}$

- a) 92 b) 26 c) 178 d) 1012 e) 3107

2. Se define en \mathbb{R}^+ : $\odot X = X(X - 6)$, además: $\triangle X = X^2 - 10$. Hallar: $\triangle 5\sqrt{2}$

- a) 12 b) 11 c) 13 d) 9 e) 10

3. Si, $\boxed{X} = 16X - 15$; $\triangle X = 25X + 36$. Hallar: $E = \boxed{1} - \triangle 3$

- a) -10 b) -14 c) -46 d) -2 e) -18

4. Si, $\boxed{2x+1} = 3x - 2$. Hallar: $\boxed{11} + \boxed{9}$

- a) 30 b) 31 c) 32 d) 33 e) 34

5. Se define en \mathbb{Z}^+ : $\odot X = X(X+1)$. Hallar "n" si: $\odot(n+1) = 5256$

- a) 10 b) 7 c) 6 d) 8 e) 9

6. Si, $\odot X = \frac{X+1}{X-1}$. Calcular el valor de: $\odot 2 \dots$ (200 circunferencias)

- a) 3 b) 2 c) 1 d) 4 e) 5

7. Se define: $m \theta n = \sqrt[m]{n}$. Hallar: $10 \theta (xyz)$. Si, $2 \theta x = 3 \theta y = 5 \theta z$

- a) x b) \sqrt{x} c) x^2 d) x^3 e) x^6

8. Se define:

%	1	2	3	4
1	3	5	7	9
2	7	9	11	13
3	11	13	15	17
4	15	17	19	21

Calcular: $21 \% 70$

- a) 121 b) 221 c) 321 d) 421 e) 21

9. Sabiendo que: $a * b = a^b b^a$. Calcular: $x^2 + y^2$. Si, $x * y = 5^{\sqrt{5}}$

- a) 8 b) 9 c) 12 d) 10 e) 14

10. Si, $a \# b = 2a - b$, hallar: $E = \frac{(4\#3)\#(2\#1)}{1\#(2\#3)}$

- a) 5 b) 7 c) 9 d) 2 e) 3

11. Si, $a \otimes b = 2a\sqrt{b \otimes a}$; $a \otimes b > 0$, hallar: $1 \otimes 27$

- a) 24 b) 30 c) 25 d) 36 e) 48

12. Si, $a \theta b = M \leftrightarrow a = b^M$. Hallar "x" en: $2^{x+1} \theta 3 = 2(4^{x-1} \theta 9)$

- a) 1 b) 2 c) 3 d) -3 e) -2

13. Si, $\textcircled{n} = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1)$, hallar "x" de: $\textcircled{\textcircled{x^2-3}} = 5460$

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

14. Si, $f(x+1) = 3f(x) - 2f(x-1)$, $f(0) = 1$; $f(1) = 3$. Hallar el valor de: $E = f(4) - 4f(-1)$

- a) 30 b) 31 c) 32 d) 33 e) 34

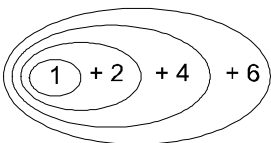
15. Si, $a^a \# b^b = b \% a$; $x^y \% y^x = 2x + y$. Calcular: $M = (4 \# 1) + (3^{18} \# 2^{24})$

- a) 11 b) 9 c) 13 d) 14 e) 16

16. Si, $(X) = x^2 - 2x$, $(\overline{X}) = x^2 - 3x$. Hallar el valor de: $E = \boxed{5} - \boxed{3}$

- a) $\sqrt{2} - \sqrt{3}$ b) $\sqrt{5} - 3$ c) 2 d) $\sqrt{11} - 1$ e) 3

17. Se define en \mathbb{N} : $(X^2 - 2) = X^2 - 1$

Hallar:  ... (25 operadores)

- a) 626 b) 676 c) 677 d) 625 e) 577

18. Se define: $C_b^a = b^{-a}$. Hallar la suma de los valores de "x" si: $C_x^{C_x^{1/2}} = C_2^1$

- a) 18 b) 16 c) 20 d) 23 e) 19

19. Dado: $\boxed{X | N+1} = 3 \boxed{X | N} - 2 \boxed{X | N-1}$; ($N \geq 0$), además: $\boxed{X | 0} = 2$ y $\boxed{X | 1} = 3$.

Hallar: $\boxed{X | 5}$

- a) 17 b) 30 c) 5 d) 1 e) 33

20. Si, $a @ b = a^b + b^a$. Hallar el valor de: $M = (-2) @ (1 @ (0 @ (1 @ (2 @ (3 @ \dots))))))$

- a) -3 b) -1 c) 15/4 d) 4 e) 17/4

21. Se define @ en:

@	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	1	3
3	3	1	4	2
4	4	3	2	1

Calcular el valor de "m" en: $[(3^{-1} @ 2)^{-1} @ m] @ [(4^{-1} @ 2) @ 3]^{-1} = 2 @ 3$

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

22. Si, $a * b = a^2 - b^2$; $8 * \theta = 39$. Hallar θ , si se sabe que es positivo.

- a) 2 b) 4 c) 5 d) 3 e) 6

CLAVE DE RESPUESTAS

1. d	2. e	3. a	4. b	5. b	6. b	7. b	8. b	9. d	10. b	11. d
12. c	13. b	14. b	15. a	16. d	17. a	18. c	19. e	20. e	21. a	22. b

SISTEMAS DE NUMERACIÓN

SISTEMA DE NUMERACIÓN: Es un conjunto de reglas que sirven para expresar y escribir números. Una **BASE** de un sistema de numeración es el número de unidades de un orden que forman una unidad del orden inmediato superior.

PRINCIPALES SISTEMAS DE NUMERACIÓN

Base	Sistema	Cifras Disponibles
2	Binario	0, 1
3	Ternario	0, 1, 2
4	Cuaternario	0, 1, 2, 3
5	Quinario	0, 1, 2, 3, 4
6	Senario	0, 1, 2, 3, 4, 5
7	Eptal	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6
8	Octal	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
9	Nonario	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
10	Decimal	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
11	Undecimal	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A
12	Duodecimal	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B
16	Hexadecimal	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

CAMBIO DE BASE DE NÚMEROS ENTEROS

De base “n” a base 10

- a) Método de descomposición polinómica
Ejemplo: Expresar $1245_{(7)}$ en base 10

$$1245_{(7)} = 1 \times 7^3 + 2 \times 7^2 + 4 \times 7 + 5 = 474$$

luego: $1245_{(7)} = 474$

b) Método de Ruffini

Ejemplo: Expresar $3412_{(5)}$ en base 10

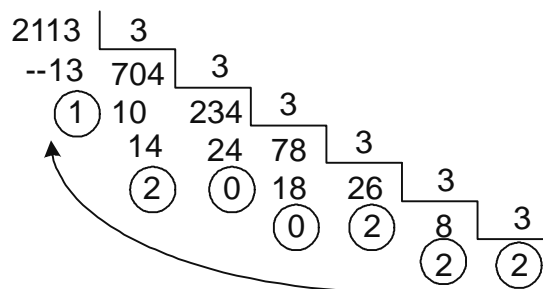
	3	4	1	2
5		15	95	480
	3	19	96	482

luego: $3412_{(5)} = 482$

De base 10 a base “n”

Método de divisiones sucesivas

Ejemplo: Expresar 2113 en base 3



luego: $2113 = 2220021_{(3)}$

De base “n” a base “m”

En este caso se sigue el siguiente algoritmo

De base n → A base 10 → A base m

CAMBIO DE BASE DE NÚMEROS MENORES QUE LA UNIDAD

De base “n” a base 10

Método de descomposición polinómica

Ejemplo: Convertir $0,234_5$ a base 10

$$0,234_5 = \frac{2}{5} + \frac{3}{5^2} + \frac{4}{5^3} = \frac{50+15+4}{125} = \frac{69}{125} = 0,552$$

luego: $0,234_5 = 0,552$

De base 10 a base “n”

Método de multiplicaciones sucesivas

Ejemplo: Convertir 0,6875 a base 8

$$\begin{array}{l} 0,6875 \times 8 \\ 5,5000 \times 8 \\ 4,0000 \times 8 = 0 \end{array}$$

luego: $0,6875 = 0,54_{(8)}$

De base “n” a base “m”

En este caso se sigue el siguiente algoritmo

$$\text{De base } n \rightarrow \text{A base } 10 \rightarrow \text{A base } m$$

PROBLEMAS RESUELTOS

1. ¿Cómo se representa $234_{(x)}$ en base $(x-1)$?

- a) $269_{(x-1)}$ b) $369_{(x-1)}$ c) $279_{(x-1)}$ d) $379_{(x-1)}$ e) $299_{(x-1)}$

Solución:

$$234_{(x)} = 2(x)^2 + 3(x)^1 + 4(x)^0 = 2x^2 + 3x + 4$$

Aplicando divisiones sucesivas:

$$\begin{array}{r} 2x^2+3x+4 \quad |x-1 \\ - 2x^2+2x \quad +2x+5 \quad |x-1 \\ \hline 5x+4 \quad -2x+2 \quad \textcircled{2} \\ - 5x+5 \quad \textcircled{7} \\ \hline \textcircled{9} \end{array}$$

$$\therefore 234_{(x)} = 279_{(x-1)}$$

2. Se sabe que: $\overline{cb}_{(a+2)} = \overline{ac}_{(b)}$, además $a + b + c = 21$. Hallar “a”

- a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) 8

Solución:

Se tiene que $a < b < a + 2$, luego

$$b = a + 1 \dots\dots\dots (1)$$

Expandiendo: $b + c(a + 2) = c + ab$, luego $(a + 1) + c(a + 2) = c + a(a + 1)$, de donde

$$c(a + 1) = (a + 1)(a - 1) \Rightarrow c = a - 1 \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{Así, } a + b + c = a + (a + 1) + (a - 1) = 21$$

$$\square a = 7$$

3. Hallar la suma de todos los términos de la siguiente progresión aritmética?

$$25_{(x)}, 40_{(x)}, 51_{(x)}, \dots\dots, 322_{(x)}$$

- a) 1028 b) 1029 c) 913 d) 1130 e) 1112

Solución:

$$40_{(x)} - 25_{(x)} = 51_{(x)} - 40_{(x)}$$

$$4x - (2x + 5) = (5x + 1) - 4x \quad \square \quad x = 6$$

Luego la progresión es 17, 24, 31,.....,122

$$\text{Número de términos: } n = \frac{122-17}{7} + 1 = 16$$

$$\text{Suma de términos: } \left(\frac{122+17}{2} \right) 16 = 1112$$

4. Si $\overline{MARY}_{(7)} = \overline{42Y}$ hallar $M + A + R$

- a) 5 b) 4 c) 7 d) 8 e) 6

Solución:

Cancelando las unidades $\overline{MAR0}_{(7)} = 420$, (0 = cero). Transformando 420 a base 7 se tiene que:

$$420 = 1140_{(7)}, \text{ luego } M + A + R = 1 + 1 + 4 = 6$$

5. En una fiesta en la que asistieron \overline{mn} chicos y \overline{nm} chicas; en un momento dado el número de chicos que no bailan es "2m-n" y el número de chicas que no bailan es "m+n". hallar el número de asistentes.

- a) 165 b) 176 c) 136 d) 143 e) 160

Solución:

Chicos que bailan = Chicas que bailan

$$\overline{mn} - (2m - n) = \overline{nm} - (m + n)$$

$$10m + n - 2m + n = 10n + m - m - n$$

$$8m = 7n$$

probando (7) (8)

\therefore Los asistentes fueron $78 + 87 = 165$

luego:

$$\overline{mn} = 78 \text{ y } \overline{nm} = 87$$

6. Un gato sabía contar según un sistema de numeración en base 4. Los símbolos que empleaba para ello eran. **m, i; a; u.** ¿Qué valor numérico daba a cada uno de las letras sabiendo que cuando quería expresar 30840, hacía $\overline{miaumiau}$. Dar el valor de $\overline{ai} + \overline{mu}$.

- a) 23 b) 41 c) 38 d) 33 e) 50

Solución:

Lo que hacemos es expresar el número 30840 en base decimal al sistema de base "4".

$$30840 \xleftrightarrow{\quad} \overline{miaumiau}_{(4)}$$

Aplicamos divisiones sucesivas y tendremos:

$$13201320_{(4)} = \overline{miaumiau}_{(4)}$$

Si las bases son iguales las cifras son también iguales.

$$m = 1 \quad ; \quad a = 2$$

$$i = 3 \quad ; \quad u = 0$$

$$\text{Me piden: } (23 + 10) = 33$$

7. Expresar $10111011_{(2)}$ en el sistema octonario.

- a) $374_{(8)}$ b) $254_{(8)}$ c) $273_{(8)}$ d) $373_{(8)}$ e) $473_{(8)}$

Solución

$$\begin{aligned} 10111011_2 &= 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2 + 1 \\ &= 187 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 187 \overline{) 8} \\ \underline{3} \\ 23 \\ \underline{7} \\ 10111011_{(2)} = 273_{(8)} \end{array}$$

8. Si: $M = 14x13^5 + 21x13^4 + 27x13^2 + 5x13 + 17$ ¿Cuál será la suma de las cifras del número "M" al expresarlo en base 13?

- a) 24 b) 26 c) 27 d) 28 e) 29

Solución:

$$M = 14x13^5 + 21x13^4 + 27x13^2 + 5x13 + 7$$

$$M = (3+1)13^5 + (3+8)13^4 + (1x13+1)13^2 + 5x13 + (3+4)$$

$$M = 1x13^6 + 13^5 + 13^5 + 8x13^4 + 2x13^3 + 13^2 + 5x13 + 13 + 4$$

$$M = 1x13^6 + 13^5 + 13^5 + 8x13^4 + 2x13^3 + 13^2 + 6x13 + 4$$

$$M = 1x(3^6) + 2x(3^5) + 8x(3^4) + 2x(3^3) + 1x(3^2) + 6x(3) + 4$$

$$M = 1282164_{(13)} = 1+2+8+2+1+6+4 = 24$$

9. Si: $\overline{aba}_{(8)} = \left(\frac{c}{2}\right)\left(\frac{c}{2}\right)_{(8)}$

Hallar: $a + b + c$

- a) 18 b) 20 c) 25 d) 22 e) 21

Solución:

Aplicando descomposición Polinómica:

$$a(8)^2 + b(8)^1 + a(8)^0 = \left(\frac{c}{2}\right)(10)^2 + \left(\frac{c}{2}\right)(10)^1 + (a)(10)^0$$

$$64a + 8b + a = 50c + 5c + a$$

$$64a + 8b + a = 55c + a$$

$$64a + 8b = 55c$$

De donde:

$$8(8a + b) = 55c$$

$$\begin{array}{ccc}
 \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 6 & 7 & 8
 \end{array}$$

Comprobando:

$$8 \overline{) 678} = 85$$

$$8 \overline{) 875} = 109$$

$$8 \overline{) 55} = 6$$

$$440 = 440$$

Así:

$$a + b + c = 6 + 7 + 8 = 21$$

10. Si: $1376 + 2376^2 + 3376^3 + \dots + 20376^{20} = \overline{\dots abc}$, calcular $(a + b + c)^2$

- a) 25 b) 16 c) 49 d) 36 e) 9

Solución:

Se observa:

$$\dots\dots 376X$$

$$\dots\dots 376$$

$$\dots\dots 256$$

$$\dots\dots 32$$

$$\dots\dots 8$$

$$\dots\dots 376$$

Podemos Concluir que:

$$\begin{aligned}
 1376 + 2376^2 + 3376^3 + \dots + 20376^{20} &= \overline{\dots abc} \\
 \dots 376^1 + \dots 376^2 + \dots 376^3 + \dots + \dots 376^{20} &= \overline{\dots abc} \\
 \dots 376 + \dots 376 + \dots 376 + \dots + \dots 376 &= \overline{\dots abc} \\
 \dots 376 \times 20 &= \overline{\dots abc} \\
 \dots 520 &= \overline{\dots abc}
 \end{aligned}$$

Pide: $a + b + c^2 = 5 + 2 + 0^2 = 7^2 = 49$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Hallar $S = 3344_{(6)} + 5345_{(6)} + 5124_{(6)} + 5345_{(6)} + 5224_{(6)}$
 a) $41314_{(6)}$ b) $30324_{(6)}$ c) $40113_{(6)}$ d) $51323_{(6)}$ e) $25514_{(6)}$
2. Hallar $R = 31212_{(4)} - 13231_{(4)}$
 a) $22321_{(4)}$ b) $21321_{(4)}$ c) $11331_{(4)}$ d) $21132_{(4)}$ e) $11321_{(4)}$
3. Convertir $2344_{(5)}$ a base 10
 a) 345 b) 412 c) 512 d) 349 e) 124
4. Convertir 1604121 a base 4
 a) $12013220121_{(4)}$ b) $121320121_{(4)}$ c) $12122123_{(4)}$ d) $212121_{(4)}$ e) $21201_{(4)}$
5. Hallar $a + b$ si $\overline{a(2a)a}_{(9)} = \overline{bbbb}_{(7)}$
 a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7
6. Hallar "x" si $1331_{(x)} = 20000_{(4)}$
 a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) 8
7. ¿Cuántos términos tiene la progresión aritmética $25_{(x)}, 40_{(x)}, 51_{(x)}, \dots, 4121_{(x)}$?
 a) 128 b) 251 c) 129 d) 253 e) 167
8. Se tiene una colección de pesas de 1Kg, 3Kg, 9Kg, 27 Kg, etc y se desea pesar 3171 Kg ¿Cuál es el menor número de pesas que debe tomarse?
 a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7
9. El mayor número de tres cifras de base "x" se escribe en el sistema senario como 2211. Hallar "x"
 a) 6 b) 7 c) 8 d) 9 e) 10
10. Hallar $a + b$, si $\overline{a0b}_{(7)} = \overline{b0a}_{(11)}$
 a) 6 b) 7 c) 8 d) 9 e) 10

11. Hallar $a+b$, si $\overline{111}_{(b)} = \overline{ab}_{(5)}$ considerando (b par)
 a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6
12. Si $\overline{abc}_{(6)} = \overline{1224}_{(x)}$, hallar $a+b+c+x$
 a) 13 b) 14 c) 15 d) 16 e) 17
13. Hallar $a+b$, si $\overline{(n-1)(n-1)(n-1)(n-1)}_{(n)} = \overline{ab}_{(4)}$
 a) 7 b) 8 c) 9 d) 10 e) 11
14. ¿Cuál es la base del mayor número de "x" cifras que equivale al mayor número de "4x" cifras del sistema octal?
 a) 15 b) 245 c) 9 d) 4096 e) 856
15. Hallar $a+b$ si $\overline{aab}_{(5)} = \overline{bbb}_{(b+1)}$
 a) 7 b) 8 c) 5 d) 6 e) 9
16. Encontrar el mayor numeral $\overline{abc}_{(6)}$ expresado en base 4 tal que $\overline{abc}_{(6)} = \overline{1abc}_{(3)}$. (dar como respuesta la suma de sus dígitos)
 a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) 9
17. Hallar la suma de los siguientes números impares consecutivos
 $23_{(n)} + 30_{(n)} + 32_{(n)} + \dots + 311_{(n)}$
 a) 1632 b) 1728 c) 1735 d) 1645 e) 1635
18. Si $\overline{(2a)ba}_{(6)} = \overline{bab}_{(7)}$ y $\overline{m(2n)m} = \overline{nnmm}_{(7)}$. Hallar $a+b+m+n$
 a) 5 b) 6 c) 7 d) 4 e) 8
19. Hallar $m+n+x$ si $\overline{3mn}_{(x)} = \overline{2nm}_{(5)}$
 a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) 9
20. Expresar $20134_{(c)}$ en base 10
 a) 6784 b) 7648 c) 8476 d) 4876 e) 4678

CLAVE DE RESPUESTAS

1. a	2. e	3. d	4. a	5. c	6. d	7. c	8. c	9. c	10. b
11. b	12. b	13. b	14. d	15. c	16. a	17. d	18. a	19. c	20. d

CRIPTOARITMÉTICA

Criptoaritmética es el arte de encontrar las cifras representadas con letras y símbolos en una operación aritmética, teniendo en cuenta las propiedades de las mismas.

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Hallar un número de dos cifras tal que sea igual a 4 veces la suma de sus cifras. (Dar como respuesta el número de soluciones):

a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 8

Solución:

$\overline{ab} = 4(a + b)$. Descomponiendo polinómicamente:

$$10a + b = 4a + 4b$$

$$2a = b$$

Probando:

$$a = 1; b = 2 \rightarrow \overline{ab} = 12$$

$$a = 2; b = 4 \rightarrow \overline{ab} = 24$$

$$a = 3; b = 6 \rightarrow \overline{ab} = 36$$

$$a = 4; b = 8 \rightarrow \overline{ab} = 48$$

∴ Son en total: 4 soluciones.

2. Si: $\overline{abc} - \overline{cba} = mn4$ y $b = \frac{a+c}{6}$ hallar $a.b.c$

a) 54 b) 32 c) 72 d) 45 e) 64

Solución:

$a > c$ luego:

$$10 + c - a = 4 \Rightarrow a - c = 6$$

Así se necesita encontrar 3 números a, b y c tales que:

$$\begin{cases} a - c = 6 \\ a + c = 6b = 6 \end{cases}$$

a	c	a+c = 6b
9	3	12=6(2)
8	2	10 (No cumple)
7	1	8 (No cumple)

$$\therefore a = 9, c = 3, b = 2$$

$$a.b.c = 9.3.2 = 54$$

3. Si $\overline{abc} - \overline{cba} = \dots 4$ y $\overline{bc} \times \overline{ba} = 2016$, hallar el valor de "b"

- a) 1 b) 3 c) 5 d) 4 e) 2

Solución:

Se tiene que $c \times a = \dots 6$ y que:

$$\begin{cases} c - a = 4 & \text{si } c > a \\ \overline{1c} - a = 4 & \text{si } c < a \end{cases}$$

donde $c \times a \in \{6, 16, 26, \dots, 96\}$ luego se concluye que la única solución es

$c \times a = 16$ con $c = 2 = 2$ y $a = 8$ ($12 - 8 = 4$), luego:

$$\overline{b2} \times \overline{b8} = 2016$$

$$(10b + 2)(10b + 8) = 2016$$

$$100b^2 + 100b + 16 = 2016$$

$$b^2 + b = 20$$

$$\therefore b = 4$$

4. Hallar: $(C+P+U)$, si $\overline{CPU} = 16+17+18+\dots+29+30$

- a) 11 b) 12 c) 13 d) 10 e) 9

Solución:

Se tiene una progresión aritmética de 15 términos con razón 1, luego su suma es:

$$S = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

$$\overline{CPU} = \frac{(16+30)}{2} \cdot 15$$

$$\overline{CPU} = 345$$

$$C = 3; P = 4; U = 5$$

$$\text{Finalmente: } C + P + U = 3 + 4 + 5 = 12$$

5. Si: $\overline{AVE} \times E = 856$
 $\overline{AVE} \times V = 214$
 $\overline{AVE} \times A = 428$

Hallar $\overline{AVE} \times \overline{AVE}$

- a) 42972 b) 42786 c) 45796 d) 12345 e) 82376

Solución:

$$\begin{array}{r}
 \overline{AVE} + \\
 \overline{AVE} \\
 \hline
 856 \\
 214 \\
 428 \\
 \hline
 45796
 \end{array}$$

6. Hallar la suma de cifras del producto en:

$$\begin{array}{r}
 \star \star \times \\
 \hline
 98 \\
 \star \star + \\
 \star \star \star \\
 \hline
 \star \star \star \star
 \end{array}$$

- a) 15 b) 21 c) 13 d) 19 e) 12

Solución:

8x (**) tiene 2 cifras

Entonces (**) $\in \{10,11,12\}$

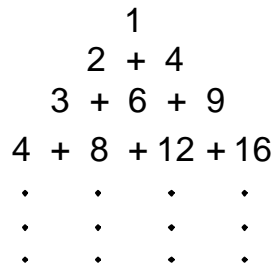
9x (**) tiene 3 cifras

Luego ** = 12

$$\therefore \begin{array}{r}
 12 \times \\
 \hline
 98 \\
 96 + \\
 \hline
 108 \\
 \hline
 1176
 \end{array}$$

Por último: $1 + 1 + 7 + 6 = 15$

7. En el triángulo numérico, calcular la suma de los elementos de la fila 40.



- a) 38000 b) 32000 c) 42800 d) 40000 e) 32800

Solución:

Tomando por filas:

FILA 1 = 1(1)

FILA 2 = 2(1+2)

FILA 3 = 3(1+2+3)

FILA 40 = 40(1+2+3+4.....+40)

$$= 40 \left[\frac{40 \cdot (41)}{2} \right] = 32\,800$$

8. Hallar el valor de a.b.c si:

$$\begin{array}{r}
 \overline{ba8} + \\
 \overline{a7bc} \\
 \overline{8caa} \\
 \overline{cbcb} \\
 \hline
 \overline{24b22}
 \end{array}$$

- a) 30 b) 105 c) 60 d) 90 e) 64

Solución:

De la suma de las unidades se tiene que: $a + b + c = \dots 4$ y de la suma de los millares que $a + b + c < 24$.

Si $a + b + c = 4$ entonces en las decenas $c = 7$ ($\Rightarrow \Leftarrow$), luego $a + b + c = 14 \dots \dots \dots (1)$.

Se concluye de la suma de las decenas que $c = 6$ y de las centenas que $b = 3$, luego en

(1) $a = 5$

$\therefore a.b.c = 5.3.6 = 90$

9. Hallar las cinco últimas cifras de la siguiente suma

- a) 37460 b) 26460 c) 27460 d) 27450 e) 47460

$$\begin{array}{r}
 4+ \\
 47 \\
 474 \\
 4747 \\
 47474 \\
 \dots\dots\dots \\
 \dots\dots\dots \\
 \hline
 \dots\dots\dots \overline{edcba}
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} 4+ \\ 47 \\ 474 \\ 4747 \\ 47474 \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array}} \right\} (60 \text{ sumandos})$$

Solución:

1^{ra} fila $30(4)+30(7) = 330 \Rightarrow a = 0$ y llevo 33
 2^{da} fila $330-7=323 \Rightarrow 323+33=356 \Rightarrow b=6$ y llevo 35
 3^{ra} fila $323-4=319 \Rightarrow 319+35=354 \Rightarrow c=4$ y llevo 35
 4^{ta} fila $319-7=312 \Rightarrow 312+35=347 \Rightarrow d=7$ y llevo 34
 5^{ta} fila $312-4=308 \Rightarrow 308+34=342 \Rightarrow e=2$
 $\therefore \overline{edcba} = 27460$

10. Si: $GOTA \times 5 = AGUA$; Hallar: $G + A + T + A$; O = Cero

- a) 12 b) 10 c) 14 d) 11 e) 18

Solución:

Colocamos la expresión de una forma adecuada:

$$\begin{array}{r}
 GOTA \times \\
 \underline{\quad 5} \\
 AGUA
 \end{array}$$

Buscamos los números encontramos que:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 A = 5 \\
 G = 1 \\
 T = 3 \\
 U = 7
 \end{array} \right.$$

Por tanto: $G + A + T + A$
 $1 + 5 + 3 + 5 = 14$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Si $\overline{UU} + \overline{NN} + \overline{AA} = \overline{UNA}$, calcular: $E = 2U + N - A$

- a) 2 b) 7 c) 5 d) 3 e) 9

2. Hallar el valor de " $b+c-a$ "; si se cumple que $\overline{abc} \times 7 = \overline{d852}$

- a) 1 b) 10 c) 5 d) 9 e) 6

3. Hallar $\overline{aab} - \overline{ab}$; si se cumple que: $8(\overline{ababa}) = 242424$

- a) 320 b) 230 c) 330 d) 300 e) 308

4. Hallar $(a+b)$ si: $11(\overline{ab} - \overline{ba}) = \overline{ab} + \overline{ba}$

- a) 8 b) 7 c) 6 d) 10 e) 9

5. Hallar $U+T$ si: $\overline{TU6} = \sqrt{***TU6}$

- a) 9 b) 10 c) 11 d) 12 e) 22

6. Encontrar un número capicúa \overline{abba} tal que $\overline{abba} = \overline{aa}^3$; dar como respuesta $2(a+b)$

- a) 6 b) 10 c) 8 d) 12 e) 14

7. Hallar $m+n+p$ si $\overline{pmn} - p \cdot \overline{nm} = \overline{mnp}$

- a) 7 b) 9 c) 18 d) 13 e) 15

8. Hallar el valor de $a - (b+c)$, si $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{xb4}$

- a) 3 b) -2 c) 1 d) 2 e) -3

9. Si $\overline{TOC} \times \overline{TOC} = \overline{ENTRE}$, $O = \text{ceroy}$ letras diferentes representan cifras diferentes; halle la suma de las cifras de $\overline{ENTRETOC}$

- a) 29 b) 30 c) 28 d) 31 e) 27

10. Si $\overline{NADA} + \overline{NADA} = \overline{FALSO}$, $D = S, O \neq \text{ceroy}$ letras diferentes representan cifras diferentes, hallar $F+A+L+D+O+N$

- a) 30 b) 34 c) 28 d) 31 e) 36

11. Hallar: $G+U+I+A$, considerando $O = \text{cero}$.

$$\begin{array}{r}
 \text{AOIG} \mid \text{IG} \\
 \text{IG} \quad \text{UGD} \\
 \hline
 8 \text{ I} \\
 \text{DA} \\
 \hline
 \text{ULG} \\
 \text{ULG} \\
 \hline
 \hline
 \end{array}$$

a) 8 b) 10 c) 11 d) 12 e) 9

12. Si $\dots 23518 \div 99999 = \overline{abcde}$. Hallar $(a+b+c+d+e)^2$

a) 700 b) 730 c) 710 d) 729 e) 715

13. Si $\overline{ab} \times \overline{cd} = 450$, Hallar el menor valor de $(a-b)(c+d)$, si todas las letras representan cifras significativas

a) -27 b) 27 c) -49 d) 49 e) 63

14. Hallar el producto de las tres cifras del multiplicador si estos suman 11, sabiendo además que el producto total es 11 365 808 y los productos parciales suman 475 376

a) 48 b) 36 c) 18 d) 28 e) 40

15. Si $\sqrt[3]{\overline{OLA}} = N$ y $\sqrt[4]{\overline{PERU}} = F$, Hallar $P+E+R+U+A+N+O$

a) 14 b) 32 c) 21 d) 15 e) 23

16. Se tiene la siguiente operación

$$\begin{array}{r}
 * * * * \times \\
 * 9 * \\
 \hline
 * * * * \\
 * * * * 7 \\
 * * * * 6 \\
 \hline
 * * * 6 3 1
 \end{array}$$

dar como resultado la suma de las tres cifras que faltan en el producto total

a) 8 b) 9 c) 10 d) 11 e) 12

17. El enamorado le dice a la enamorada: "cuando la suma de las cifras de las horas transcurridas sea igual a las horas que falta por transcurrir te espero donde tú ya sabes". ¿A qué hora es la cita?

- a) 19:00 b) 20:00 c) 21:00 d) 22:00 e) 23:00

18. En la siguiente operación de números naturales, cada letra distinta representa un dígito diferente de 0 a 9; además las letras iguales representan el mismo dígito.

$$\begin{array}{r}
 \text{D O S} + \\
 \text{D O S} \\
 \text{T R E S} \\
 \hline
 \text{S I E T E}
 \end{array}$$

La letra O no necesariamente vale cero.

La primera letra de la izquierda de cada palabra no debe ser cero.

Determinar $R+E+S+T+O$

- a) 17 b) 19 c) 21 d) 23 e) 25

19. David, borró la mayoría de cifras de la operación realizada quedando de la siguiente manera: (cada * representa una cifra borrada)

$$\begin{array}{r}
 \text{*****} \quad | \quad \text{**} \\
 \text{***} \quad \quad \quad \text{** 8 **} \\
 \quad \quad \quad \text{**} \\
 \quad \quad \quad \text{**} \\
 \quad \quad \quad \text{***} \\
 \quad \quad \quad \text{***} \\
 \quad \quad \quad \hline
 \quad \quad \quad 8
 \end{array}$$

Reconstruya la operación realizada por David y de como respuesta la suma de las cifras del DIVIDENDO.

- a) 29 b) 30 c) 31 d) 32 e) 33

20.- Hallar $(a + b+c+d+e)$ si: $\overline{abcde} \times 3 = \overline{abcdel}$

- a) 22 b) 20 c) 24 d) 26 e) 28

CLAVE DE RESPUESTAS

1. d	2. a	3. d	4. e	5. b	6. c	7. c	8. e	9. a	10. b
11. b	12. d	13. c	14. b	15. e	16. a	17. c	18. d	19. d	20. d

SUMATORIAS

PROPIEDADES

$$1. 1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$2. 1+2+3+\dots+2n = n(n+1)$$

$$1+2+3+\dots+\underset{\text{par}}{A} = \frac{A}{2} \left(\frac{A}{2} + 1 \right)$$

$$3. S = 1+3+5+\dots+(2n-1) \rightarrow S = n^2$$

$$S = 1+3+5+\dots+\underset{\text{impar}}{A} \rightarrow S = \left(\frac{A+1}{2} \right)^2$$

$$4. S = 1^2+2^2+3^2+\dots+n^2 \rightarrow S = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$5. S = 1^3+2^3+3^3+\dots+n^3 \rightarrow S = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

$$6. 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

$$7. 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots + n(n+1)(n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$

$$8. a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^n = \frac{a(1-r^{n+1})}{1-r}$$

$$9. 1+r+r^2+r^3+\dots = \frac{1}{1-r} \quad (r < 1)$$

$$10. \sum_{k=1}^n a_k + b_k = \sum_{k=1}^n a_k + \sum_{k=1}^n b_k$$

$$11. \sum_{k=1}^n r a_k = r \sum_{k=1}^n a_k$$

$$12. \sum_{k=m}^n r = (n-m+1)r$$

PROBLEMAS RESUELTOS

11. Calcular el valor de W ; donde:

$$W = 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2 + \dots + 23^2$$

- a) 2433 b) 3362 c) 3362 d) 4323 e) 3234

Solución:

Se tiene:

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$W = \sum_{i=1}^{23} i^2 - \sum_{i=1}^6 i^2$$

sustituyendo

$$W = \frac{23(23+1)(2(23)+1)}{6} - \frac{6(6+1)(2(6)+1)}{6}$$

$$W = \frac{23(24)(47)}{6} - \frac{6(7)(13)}{6}$$

$$W = 4324 - 91$$

$$W = 4233$$

12. Hallar $S = 1(n-1) + 2(n-2) + 3(n-3) + \dots + (n-1)1$

a) $\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$ b) $\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ c) $\frac{(n-1)n(n+2)}{6}$

b) d) $\frac{(n-1)n(n+2)}{3}$ e) $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

Solución:

$$\begin{aligned}
 S &= 1(n-1) + 2(n-2) + 3(n-3) + \dots + (n-1)(n-(n-1)) \\
 &= n(1+2+3+\dots+n-1) - (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + (n-1)^2) \\
 &= \frac{n(n-1)n}{2} - \frac{(n-1)n(2n-1)}{6} \\
 &= \frac{(n-1)n}{6} (3n - (2n-1)) = \frac{(n-1)(n)(n+1)}{6}
 \end{aligned}$$

13. Calcular:

$$S = 2(4) + 4(6) + 6(8) + \dots + 50(52)$$

a) 21500 b) 23400 c) 24300 d) 25300 e) 24100

Solución:

$$\begin{aligned}
 S &= 4(1 \times 2) + 4(2 \times 3) + 4(3 \times 4) + \dots + 4(25 \times 26) = 4(1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + 25 \times 26) \\
 &= 4 \frac{25 \times 26 \times 27}{3} = 23400
 \end{aligned}$$

14. Hallar el resultado de la suma S, si los sumandos están en progresión aritmética:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{aa1} \\ \overline{aa5} \\ \overline{aa9} \\ \dots \\ \dots \\ \overline{9aa} \end{array} \right\}$$

- a) 76806 b) 75006 c) 76900 d) 77666 e) 78312

Solución:

Se observa que la razón es $r = 4$. Considerando la progresión:

1, 5, 9, ..., ($\overline{..a}$) se tiene que:

$$1 + 4(102 - 1) = 405 = \overline{..a}, \text{ luego } a = 5$$

$$\therefore S = \frac{(551 + 955)}{2}(102) = 76806$$

15. Hallar "n" si, $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 7) = 900$

- a) 28 b) 27 c) 30 d) 32 e) 33

Solución:

$$\left(\frac{n-7+1}{2} \right)^2 = 900$$

$$n-3 = 30$$

$$n = 33$$

16. Calcular $S = 1(8) + 2(9) + 3(10) + \dots + 40(47)$

- a) 28248 b) 26548 c) 31258 d) 32456 e) 27880

Solución:

$$\begin{aligned} S &= 1(8) + 2(9) + 3(10) + \dots + 40(47) \\ &= 1(1+7) + 2(2+7) + 3(3+7) + \dots + 40(40+7) \\ &= (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 40^2) + (1+2+3+\dots+40) \cdot 7 \\ &= \frac{40 \cdot 41 \cdot 81}{6} + \frac{7 \cdot 40 \cdot 41}{2} = 27880 \end{aligned}$$

17. Calcular $S = \frac{1}{4 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 12} + \frac{1}{12 \cdot 16} + \dots + \frac{1}{60 \cdot 64}$

- a) $\frac{17}{256}$ b) $\frac{1}{16}$ c) $\frac{15}{256}$ d) $\frac{7}{128}$ e) $\frac{13}{256}$

Solución:

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{4 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 12} + \frac{1}{12 \cdot 16} + \dots + \frac{1}{60 \cdot 64} \\ &= \frac{1}{4} \left[\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8} \right) + \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{12} \right) + \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{16} \right) + \dots + \left(\frac{1}{60} - \frac{1}{64} \right) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{64} \right) = \frac{15}{256} \end{aligned}$$

18. Hallar "x", si $3 + 24 + 81 + 192 + \dots + x = 13068$

- a) 3933 b) 4915 c) 2712 d) 891 e) 1257

Solución:

$$\begin{aligned} 3(1 + 8 + 27 + 64 + \dots + \frac{x}{3}) &= 13068 \\ 3(1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3) &= 13068 \quad (x = 3n^2) \\ 3 \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2 &= 13068 \\ n(n+1) &= 11 \cdot 12 \\ n &= 11 \end{aligned}$$

luego: $x = 3 \cdot 11^2 = 3993$

19. Calcular $S = 9 + 12 + 17 + 24 + \dots + 177$

- a) 933 b) 915 c) 712 d) 923 e) 1254

Solución:

$$\begin{aligned}
 S &= 9 + 12 + 17 + 24 + \dots + 177 \\
 &= (1 + 8) + (4 + 8) + (9 + 8) + \dots + (169 + 8) \\
 &= (1^2 + 8) + (2^2 + 8) + (3^2 + 8) + \dots + (13^2 + 8) \\
 &= (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 13^2) + 8(13) \\
 &= \frac{13 \cdot 14 \cdot 27}{6} + 8 \cdot 13 = 923
 \end{aligned}$$

20. Si $S_n = 102 + 104 + 106 + \dots$ (n sumandos). Calcular $S = (S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{49}) \div 10$

- a) 16816 b) 16415 c) 16817 d) 16917 e) 16916

Solución:

$$\begin{aligned}
 S_n &= 100 + 2(1) + 100 + 2(2) + 100 + 2(3) + \dots + 100 + 2(n) \\
 &= 100n + n(n+1)
 \end{aligned}$$

$$S = \sum_{n=1}^{49} 100n + n(n+1) = \frac{100 \cdot 49 \cdot 50}{2} + \frac{49 \cdot 50 \cdot 51}{3} = 16415$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Calcular $S = 1.8 + 1.9 + 2.0 + \dots + 4.8$

- a) 112 b) 102.3 c) 96.4 d) 142 e) 124.6

2. Calcular $S = 2 + 6 + 12 + 20 + \dots + 462$

- a) 4512 b) 3542 c) 3478 d) 1254 e) 3258

3. Hallar $a + b$ si $\sqrt[5]{3} \sqrt[5]{3^3} \sqrt[5]{3^5} \dots \sqrt[5]{3^{2a-1}} = 243$ y $\sqrt[3]{2} \sqrt[3]{2^3} \sqrt[3]{2^5} \dots \sqrt[3]{2^{2b+1}} = 4096$

- a) 16 b) 11 c) 18 d) 10 e) 13

4. Calcular $S = 13_{(4)} + 13_{(6)} + 13_{(8)} + \dots + 13_{(100)}$

- a) 1254 b) 2578 c) 2647 d) 1978 e) 2695

5. Hallar $a + b + c + x$, si se cumple $\overline{1x1} + \overline{2x2} + \overline{3x3} + \dots + \overline{9x9} = \overline{abbc}$

- a) 27 b) 23 c) 37 d) 17 e) 25

6. Hallar el menor valor de \overline{AMA} , si $\overline{1A} + \overline{4A} + \overline{9A} + \dots + \overline{256A} = \overline{150MA}$

- a) 424 b) 656 c) 121 d) 888 e) 232

7. Hallar $S = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \dots\right)$
- a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{4}{3}$ d) $\frac{2}{5}$ e) $\frac{1}{3}$
8. Calcular $S = \frac{1}{2} + 1 + \frac{3}{2} + 2 + \frac{5}{2} + \dots + 120$
- a) 16420 b) 14460 c) 13180 d) 14260 e) 14360
9. Efectuar $S = 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots + 20 \cdot 21 \cdot 22$
- a) 53120 b) 53130 c) 54120 d) 51180 e) 51135
10. Hallar la suma de las cifras de $S = 1(100) + 2(99) + 3(98) + \dots + 50(51)$
- a) 17 b) 27 c) 26 d) 18 e) 23
11. Calcular: $S = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{26 \cdot 27}$
- a) 26/27 b) 25/26 c) 27/26 d) 26/25 e) 27/28
12. Hallar $a + b$, si $\overline{a2b} + \overline{a3b} + \overline{a4b} + \dots + \overline{a8b} = 5992$
- a) 10 b) 11 c) 12 d) 13 e) 14
13. Se tiene 101 números consecutivos, se divide el mayor entre el menor y se obtiene 17 de resto. ¿Hallar la suma de los números?
- a) 15231 b) 13433 c) 33431 d) 51321 e) 11321
14. Hallar la suma de los complementos aritméticos de todos los números de 3 cifras que tiene cifras impares en su escritura
- a) 55625 b) 55624 c) 56625 d) 57625 e) 58625
15. Efectuar $S = 1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + (2n-1)^3$
- a) $n^2(2n^2 - 1)$ b) $n(2n^2 - 1)$ c) $n^2(2n - 1)$ d) $n^2(2n + 1)$ e) $n(3n - 1)$
16. Efectuar $S = 2 + 5 + 8 + \dots + (3n - 1)$
- a) $\frac{1}{2}(2n^2 + 3)$ b) $\frac{1}{2}(3n^2 + 2)$ c) $\frac{1}{3}(3n^2 + n)$ d) $\frac{1}{2}(3n^2 + n)$ e) $\frac{1}{3}(2n^2 + n)$

17. Hallar el número de términos necesarios para que la suma $S = 2 + 6 + 10 + 14 + \dots$, sea 12800
 a) 60 b) 70 c) 80 d) 75 e) 84
18. Hallar "n" si $\sqrt[42]{(1+3+5+\dots+(2n+1))^{0.1+0.2+0.3+\dots+2}} = 19$
 a) 12 b) 10 c) 21 d) 23 e) 18
19. Hallar "x" si $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2^3} \dots \sqrt{2^x} = 1048576(2^{85})$
 a) 18 b) 20 c) 21 d) 23 e) 24
20. Efectuar $S = n + (n+2) + (n+4) + (n+6) + \dots + (7n)$
 a) $4n(3n+1)$ b) $4n(2n+1)$ c) $6n(n+1)$ d) $n(n+1)$ e) $7n(n+2)$
21. Hallar "x" si $x + (x+4) + (x+8) + \dots + 5x = 720$
 a) 10 b) 15 c) 12 d) 16 e) 18
22. Hallar "x" si $2^3 + 4^3 + 6^3 + \dots + x^3 = 352800$
 a) 40 b) 20 c) 60 d) 50 e) 30
23. Calcular $S = 1(5) + 2(6) + 3(7) + \dots + 20(24)$
 a) 4651 b) 4871 c) 4961 d) 3710 e) 3920

CLAVE DE RESPUESTAS

1. b	2. b	3. d	4. e	5. b	6. a	7. c	8. b	9. b	10. c
11. a	12. e	13. b	14. a	15. a	16. d	17. c	18. e	19. b	20. a
21. b	22. a	23. d							

PROMEDIOS

PRINCIPALES PROMEDIOS

- **Promedio Aritmético.**

$$P.A. = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n}$$

- **Promedio Ponderado.**

$$P.P. = \frac{C_1 P_1 + C_2 P_2 + C_3 P_3 + \dots + C_n P_n}{P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n}$$

C: Cantidades (notas, precios; etc)

P: Pesos (créditos, frecuencias; etc)

- **Promedio Geométrico.**

$$P.G. = \sqrt[n]{X_1 \times X_2 \times X_3 \times \dots \times X_n}$$

- **Promedio Armónico.**

$$P.H. = \frac{n}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \frac{1}{X_3} + \dots + \frac{1}{X_n}}$$

LEYES BÁSICAS:

1. Para un conjunto de valores diferentes: P.A. > P.G. > P.H.
2. Si todos los valores son iguales, entonces: P.A. = P.G. = P.H.
3. Para dos valores a y b, (a ≠ b), se tiene:
 - a) $P.A. = \frac{a+b}{2}$
 - b) $P.A. - P.G. = \frac{a-b^2}{4(P.A. + P.G.)}$
 - c) $(P.G.)^2 = P.A. \times P.H.$

PROBLEMAS RESUELTOS

1. El promedio aritmético de las edades de 4 personas es 48, ninguno de ellos es menor de 46 años. ¿Cuál es la máxima edad que podría tener uno de ellos?
 a) 50 b) 52 c) 54 d) 48 e) 46

Solución:

Para que una de ellas sea máxima (x), las otras 3 tienen que ser mínimas (46)

Así:

$$48 = \frac{46 + 46 + 46 + x}{4}$$

$$192 = 138 + x$$

$$x = 54$$

2. Hallar la media armónica de:

6, 12, 20, ..., 552

- a) 36 b) 42 c) 48 d) 52 e) 64

Solución:

$$MH = \frac{22}{\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{23 \times 24}} = \frac{22}{\frac{1}{2} - \frac{1}{22}} = 48$$

3. Si la MA y la MH de dos números están en la misma relación que los números 25 y 9. Hallar el mínimo valor que puede tomar la MG de dichos números si esta es entera.
 a) 1 b) 2 c) 3 d) 5 e) 6

Solución:

$$\frac{MA}{MH} = \frac{25}{9} \Rightarrow MA = \frac{25}{9} MH$$

$$MG = \sqrt{MA \cdot MH} = \frac{5}{3} MH$$

$$\therefore MG = 5 \text{ (mínimo entero)}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Un granjero tiene 80 animales y observa que el promedio del número de patas por animal es 3.45. luego efectúa una venta que reduce el número de patas en 38 y sube el promedio a 3.5. ¿cuántos animales vendió?
a)10 b)11 c)12 d)13 e)14
2. En un salón de clases, se observa que la relación de varones y mujeres es $\frac{5}{3}$, además el promedio de edades es de 18 años. Si cada varón tuviera 6 años más y cada mujer 2 años menos. ¿a cuanto ascendería su promedio de edades?
a) 21 b) 22 c) 24 d) 20.8 e) 21.6.
3. En una mezcla los ingredientes cuestan S/.10 y S/.29 por litro. Si las cantidades que se emplean de los dos primeros son como 12 es a 5 y el precio medio es S/./25, la cantidad del tercero es:
a)48.2 b)51.25 c)50 d)54.3 e)60
4. El promedio de 81 enteros pares es 96. Halle los pares consecutivos que deben suprimirse para que el promedio de los restantes sea 90.
a)126 y 128 b)252 y 254 c)200 y 202 d)128 y 130 e)332 y 334
5. El promedio de 12 números es 15. Al agregar 2 números, el promedio aumenta en 5. Halle el mayor número agregado, si la diferencia de estos 2 números es 50.
a)82 b)75 c)48 d)85 e)78
6. Hallar la media armónica de las cifras de un número de dos dígitos, si la cifra de las decenas es igual al doble de la de las unidades. Cuando se invierte el orden de sus cifras este número disminuye en 27.
a)1 b)3 c)6 d)5 e)4
7. El promedio de 5 números es 85. se considera un sexto número y el promedio aumenta en 15. el sexto número es.
a)15 b)115 c)35 d)175 e)75
8. Si el promedio de tres números consecutivos es impar, entonces el primer número debe ser:
a) múltiplo de 3 b) impar c)par d)primo absoluto e)n.a.

9. Un ciclista sube una pendiente a 20Km/h. La baja a 30Km/h y la vuelve a subir a 15Km/h. ¿Cuál es la velocidad promedio?
a)20 Km/h b)18 Km/h c)16 Km/h d)21 Km/h e)N.A.
10. La edad promedio de 25 personas es 22 años. Calcular cuántas personas de las que tienen 25 años deben retirarse para que el promedio de los restantes sea 20 años.
a)10 b)11 c)20 d)25 e)15
11. Para un curso de química se tiene alumnos de primera matrícula y alumnos de segunda matrícula. Si la nota promedio de la sección fue de 15 puntos y el grupo de alumnos de la primera matrícula obtuvo nota promedio de 17 puntos y los alumnos de la segunda matrícula obtuvieron en promedio 12 puntos. ¿Qué porcentaje de los alumnos son de segunda matrícula?
a)30% b)40% c)50% d)60% e)80%
12. De 500 estudiantes, cuya estatura promedio es de 1.67m ; 150 son mujeres. Si la estatura promedio de las mujeres es de 1.60m. calcular la estatura promedio de los varones del grupo.
a)1.70m b)1.64m c)1.71m d)1.69m e)1.68m
13. Hallar la media geométrica de $8, 16, \frac{1}{64}, 128$
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5
14. En una clase de matemática el promedio de 20 alumnos es 12, de otros 15 es 14 y de los restantes es 27 es 15. ¿Cuál es el promedio de todos?
a) 12.79 b) 12.89 c) 13.79 d) 13.89 e) 13.99
15. Si la media armónica de $\frac{x}{3}, 3$ y 6 es 3. Hallar "x"
a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6
16. El promedio de las edades de cuatro personas es 48, ninguno de ellos es menor de 45 años. ¿Cuál es la edad máxima que puede tener uno de ellos?
a) 57 b) 58 c) 59 d) 60 e) 61

17. Pedro viaja de A a B con una velocidad promedio de 30Km/h y vuelve con una velocidad promedio de 20Km/h. Hallar su velocidad promedio en Km/h
 a) 22 b) 23 c) 24 d) 25 e) 26
18. Si la media geométrica de cuatro números enteros diferentes es $2\sqrt{2}$. Calcular la media aritmética de los cuatro números
 a) 2,65 b) 3,75 c) 3.85 d) 4,65 e) 4,75
19. El promedio geométrico de 4 números distintos es $6\sqrt{3}$. Hallar la media armónica de ellos
 a) 2,4 b) 3,4 c) 4,4 d) 5,4 e) 6,4
20. Hallar el precio promedio de una mezcla; si intervienen 120 Kg de S/. 20 el Kg, 30 Kg de S/. 30 el Kg y 30 Kg de S/. 40 el Kg.
 a) 21 b) 22 c) 23 d) 24 e) 25

CLAVE DE RESPUESTAS

1. c	2. a	3. b	4. e	5. b	6. e	7. d	8. c	9. a	10.a
11.b	12.a	13.d	14.c	15.e	16.a	17.c	18.b	19.d	20.e

SUCESIONES

SUCESIÓN: Se llama a la secuencia de términos, regidos por una ley de formación o criterio lógico.

SUCESIÓN NUMÉRICA: Es un conjunto de números regidos por una ley de formación o criterio de ordenamiento.

Las sucesiones numéricas se dividen en:

- **Sucesiones Aritméticas:** Se llama sucesión Aritmética, cuando cada término se obtiene sumando o restando al término anterior por una cantidad constante o variable llamado razón Aritmética.

Ejemplo:

$$\begin{array}{ccccccc}
 8; & 10; & 12; & 14; & 16 \\
 \underbrace{\hspace{1.5em}} & \underbrace{\hspace{1.5em}} & \underbrace{\hspace{1.5em}} & \underbrace{\hspace{1.5em}} \\
 +2 & +2 & +2 & +2
 \end{array}$$

- **Sucesiones Geométricas:** Se llama sucesión geométrica, cuando cada término se obtiene multiplicado o dividiendo al término anterior por una constante o variable llamado razón geométrica.

Ejemplo:

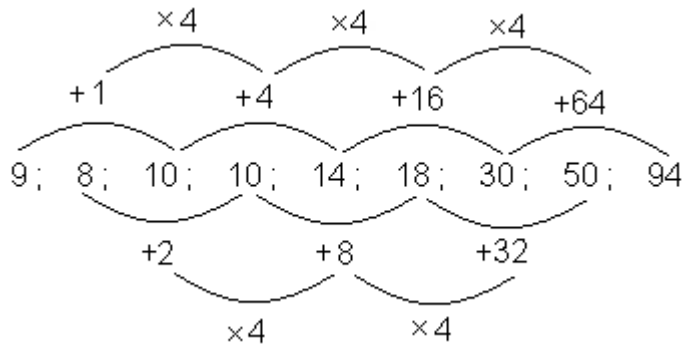
$$\begin{array}{ccccccc}
 2; & 6; & 18; & 54; & 162 \\
 \underbrace{\hspace{1.5em}} & \underbrace{\hspace{1.5em}} & \underbrace{\hspace{1.5em}} & \underbrace{\hspace{1.5em}} \\
 \times 3 & \times 3 & \times 3 & \times 3
 \end{array}$$

- **Sucesiones Combinadas:** Se llama sucesiones combinadas, cuando existen razones Aritméticas y Geométricas en la sucesión dada.

Ejemplo:

$$\begin{array}{ccccccc}
 1; & 1; & 3; & 15; & 105; & 945 \\
 \underbrace{\hspace{1.5em}} & \underbrace{\hspace{1.5em}} & \underbrace{\hspace{1.5em}} & \underbrace{\hspace{1.5em}} & \underbrace{\hspace{1.5em}} \\
 \times 1 & \times 3 & \times 5 & \times 7 & \times 9 \\
 \underbrace{\hspace{1.5em}} & \underbrace{\hspace{1.5em}} & \underbrace{\hspace{1.5em}} & \underbrace{\hspace{1.5em}} \\
 +2 & +2 & +2 & +2
 \end{array}$$

- **Sucesiones Alternadas:** Cuando intervienen dos o más sucesiones; en este caso la razón se encuentra entre los términos alternos.

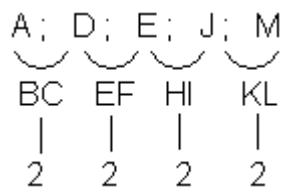


SUCESIONES LITERALES: Es un conjunto ordenado de letras de acuerdo a un determinado criterio.

Las sucesiones literales se dividen en:

- Alfabéticas: Cuando su orden esta relacionado con el orden alfabético. (No se consideran las letras CH y LL, a no ser que se indique lo contrario)
- Iniciales de palabras conocidas
- Formar palabras.

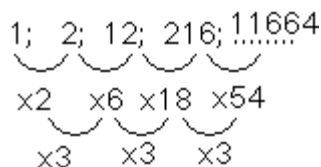
Ejemplo:



PROBLEMAS RESUELTOS

1. Calcular el número que sigue en: 1; 2; 12; 216;
- a) 432 b) 4814 c) 4320 d) 11664 e) 901

Solución:



2. Hallar el valor de "X" si: -20; 0; 8; 16; 42; 110; X
- a) 220 b) 230 c) 250 d) 280 e) 140

Solución:

$$\begin{array}{cccccccc}
 -20; & 0; & 8; & 16; & 42; & 110; & \underline{250} \\
 \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} \\
 +20 & +8 & +8 & +26 & +68 & +140 \\
 \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} \\
 -12 & +0 & +18 & +42 & +72 \\
 \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} \\
 +12 & +18 & +24 & +30 \\
 \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} \\
 +6 & +6 & +6
 \end{array}$$

3. ¿Qué término continua? 1, 6, 13, 28, 63, 136, x
 a) 211 b) 221 c) 268 d) 271 e) 242

Solución:

$$\begin{array}{cccccccc}
 1 & 6 & 13 & 28 & 63 & 136 & \underline{271} \\
 \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} \\
 +5 & +7 & +15 & +35 & +73 & +135 \\
 \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} \\
 +2 & +8 & +20 & +38 & +62 \\
 \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} \\
 +6 & +12 & +18 & +24 \\
 \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} \\
 +6 & +6 & +6
 \end{array}$$

4. Hallar x + y: 2, 1, 6, 1, 15, 3, 31, 15, x, y
 a) 158 b) 159 c) 162 d) 157 e) 161

Solución:

$$\begin{array}{cccccccc}
 & & \times 1 & & \times 3 & & \times 5 & & \times 7 \\
 & \underbrace{\quad} & & \underbrace{\quad} & & \underbrace{\quad} & & \underbrace{\quad} & & \underbrace{\quad} \\
 2 & 1 & 6 & 1 & 15 & 3 & 31 & 15 & \underline{56} & \underline{105} \\
 \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} \\
 +4 & +9 & +16 & +25 \\
 | & | & | & | \\
 2^2 & 3^2 & 4^2 & 5^2
 \end{array}$$

$\therefore x + y = 56 + 105 = 161$

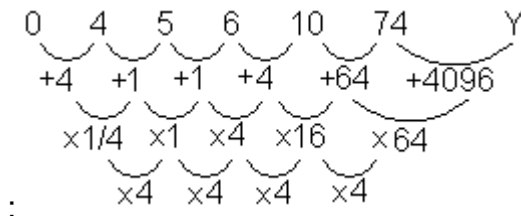
5. ¿Qué número continua? 2, 10, 12, 16, 17, 18, 19, ...
 a) 20 b) 25 c) 30 d) 102 e) 200

Solución:

Son los números que empiezan con "d", luego el siguiente es 200

6. Hallar "Y" en: 0 ; 4 ; 5 ; 6 ; 10 ; 74 ; ...
 a) 2013 b) 4170 c) 578 d) 7890 e) 784

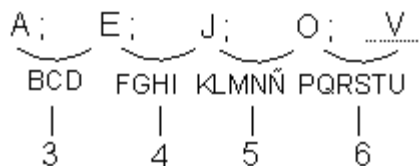
Solución:



Tenemos: $Y = 4096 + 74 = 4170$

7. ¿Qué letra continua? A; E; J; O;
 a) U b) W c) T d) Z e) V

Solución:



8. ¿Qué letra sigue en: T; S; N; D; ...?
 a) Q b) O c) S d) T e) P

Solución:

Las letras dadas son las iniciales de los nombres de los números que forman la sucesión:

$$3; 6; 9; 12; \dots$$

Donde el siguiente termino es 15. Luego, la letra que corresponde en la sucesión de letras dadas es la inicial de QUINCE, es decir: Q.

9. En la Sucesión:

$$\frac{4}{3}; \frac{9}{5}; \frac{25}{7}; \frac{49}{9}; \dots; \frac{X^y}{15}; \dots; \frac{529}{19}; \frac{Z^y}{Y^4 + 5}; \frac{961}{23}; \dots \quad \text{Determinar } Z - (X + Y)$$

- a) 30 b) 10 c) 20 d) 17 e) 5

Solución:

Dando forma y completando los términos de la sucesión tenemos:

$$\frac{4}{3}; \frac{9}{5}; \frac{25}{7}; \frac{49}{9}; \dots; \frac{X^y}{15}; \dots; \frac{529}{19}; \frac{Z^y}{Y^4 + 5}; \frac{961}{23}; \dots$$

$$\frac{\text{N}^\circ \text{ PRIMOS}}{\text{N}^\circ \text{ IMPARES}} \Rightarrow \frac{2^2}{3}; \frac{3^2}{5}; \frac{5^2}{7}; \frac{7^2}{9}; \frac{11^2}{11}; \frac{13^2}{13}; \frac{X^y}{15}; \frac{19^2}{17}; \frac{23^2}{19}; \frac{Z^y}{Y^4 + 5}; \frac{31^2}{23}; \dots$$

$$Y^4 + 5 = 21$$

$$Y^4 = 21 - 5$$

$$Y^4 = 16$$

$$Y = \sqrt[4]{16}$$

$$Y = 2$$

$$X^y = 17^2$$

$$X^2 = 17^2$$

$$X = \sqrt{17^2}$$

$$X = 17$$

$$Z^y = 29^2$$

$$Z^2 = 29^2$$

$$Z = \sqrt{29^2}$$

$$Z = 29$$

$$\text{Pide: } Z - (X + Y) = 29 - (17 + 2) = 10$$

10. En la siguiente sucesión aritmética, colocar el valor de $(2x + 3y)$:

$$\sqrt{x}; 14; y+1; 24$$

a) 99

b) 577

c) 216

d) 210

e) 321

Solución:

$$\sqrt{x}; 14; y+1; 24 \quad \text{por propiedad. } 2(y+1) = 14 + 24$$

Luego,

$$2y + 2 = 38$$

$$2y = 38 - 2$$

$$y = 18$$

reemplazando en $\sqrt{x}; 14; y+1; 24$

$$\underbrace{\sqrt{x}; 14}_{+5}; \underbrace{14; 19}_{+5}; \underbrace{19; 24}_{+5}$$

Finalmente,

$$2(14) = \sqrt{x} + 19$$

$$28 - 19 = \sqrt{x}$$

$$9 = \sqrt{x}$$

$$(9)^2 = x$$

$$81 = x$$

$$2x + 3y = 2(81) + 3(18) = 162 + 54 = 216$$

11. ¿Cuántos términos tiene la siguiente sucesión aritmética?

$$\overline{aa}; \dots; \overline{(2a)b}; 54; \overline{ba}$$

- a) 5 b) 7 c) 9 d) 6 e) 8

Solución:

Por propiedad: $2(54) = \overline{(2a)b} + \overline{ba}$

$$108 = (20a + b) + (10b + a)$$

$$108 = 21a + 11b$$

$$\begin{array}{ccc} & \downarrow & \downarrow \\ & 2 & 6 \end{array}$$

Remplazando en: $\overline{aa}; \dots; \overline{(2a)b}; 54; \overline{ba}$

$$22; \dots; \overline{(2(2))6}; 54; 62$$

Luego,

$$\underbrace{14}_{+8}; 22, \dots; \underbrace{46}_{+8}; \underbrace{54}_{+8}; 62$$

$$t_n = rn + t_0$$

$$n = \frac{t_n - t_0}{r}$$

$$n = \frac{62 - 14}{8} = \frac{48}{8} = 6$$

$$n = 6$$

12. ¿Qué número sigue en la sucesión: 1; 3; 5; 43;.....?

- a) 152 b) 163 c) 140 d) 144 e) 153

Solución:

Cumple

$$a_1 = 2(1) - 1 \quad a_2 = 2(2) - 1 \quad a_3 = 2(3) - 1$$

$$a_1 = 2 - 1 \quad a_2 = 4 - 1 \quad a_3 = 6 - 1$$

$$a_1 = 1 \quad a_2 = 3 \quad a_3 = 5$$

Entonces se aplica "La ley de formación"

$$a_n = (2n - 1) + k(n - 1)(n - 2)(n - 3)$$

Reemplazando $n = 4$ hallamos "k"

$$43 = (2(4) - 1) + k(4 - 1)(4 - 2)(4 - 3)$$

$$43 = (7) + k(3)(2)(1)$$

$$43 = 7 + 6k$$

$$36 = 6k$$

$$k = 6$$

Luego, como nos pide: el 5^{to} termino, reemplazamos en:

$$a_n = (2n - 1) + k(n - 1)(n - 2)(n - 3)$$

$$a_5 = (2(5) - 1) + 6(5 - 1)(5 - 2)(5 - 3)$$

$$a_5 = 153$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

- Hallar el número que continúa en la sucesión: 4; 4; 5; 8; 21; 71;.....
 a) 222 b) 286 c) 300 d) 446 e) 265
- Hallar el término que continua en la sucesión: $\frac{1}{8}; \frac{1}{4}; \frac{3}{8}; \frac{1}{2}; \frac{5}{8}; \frac{3}{4}; \dots$
 a) 1 b) $\frac{7}{4}$ c) $\frac{4}{3}$ d) $\frac{8}{7}$ e) $\frac{7}{8}$
- Hallar el número que continúa en la sucesión: 380; 190; 200; 100; 110; 55;...
 a) 27 b) 95 c) 60 d) 65 e) 32
- Hallar el número que continúa en la sucesión: 2; 10; 30; 68; 130; ...
 a) 222 b) 180 c) 134 d) 136 e) 148
- Hallar el valor de "x" en la sucesión: $\frac{9}{2}; 5; \frac{15}{2}; 13; \frac{45}{2}; x$
 a) 37 b) 80 c) 55 d) 95 e) 20
- Hallar el término que sigue en la sucesión: 80; 80; 40; 120; 30; 150; 25;...
 a) 175 b) 200 c) 20 d) 23 e) 218
- Hallar el término que continua en la sucesión: 28; 30; 14; 32; 7; 35; $\frac{7}{2}$; ...
 a) 36 b) 48 c) 40 d) 42 e) 39
- Hallar la letra que continua en la sucesión: D; V; T; C; C; S; S;...
 a) R b) W c) O d) N e) Z

9. Hallar el término 80 en la sucesión: $5/4; 1; 1; 11/10; 5/4; 5/7; 13/8; \dots$
 a) $3165/162$ b) $3245/164$ c) $3600/175$ d) $3200/151$ e) $1775/122$
10. Hallar la letra que continúa en la sucesión: E; U; F; D; M; T; A;...
 a) U b) C c) H d) R e) Z
11. Hallar la letra que continua en la sucesión: U; D; T; C; C; S;...
 a) R b) S c) I d) G e) O
12. Hallar el término que continúa en la sucesión: $1; \sqrt{2}; 2; \sqrt{8}; 4; \dots$
 a) $8\sqrt{2}$ b) 8 c) $2\sqrt{8}$ d) $\sqrt{24}$ e) $2\sqrt{2}$
13. Hallar el valor de "x" en la sucesión: 5; 10; 17; 26; 37; x
 a) 40 b) 48 c) 51 d) 52 e) 50
14. Hallar el término que continúa en la sucesión: $8/7; 11/8; 14/10; 17/13, \dots$
 a) $20/18$ b) $20/17$ c) $19/18$ d) $19/17$ e) $21/18$
15. Hallar el valor de "x" en la sucesión: 2; 5; 12; 25; 46; x
 a) 69 b) 77 c) 73 d) 67 e) 68
16. Hallar el valor de "x" en la sucesión: 0; 2; 4; 8; 20; x
 a) 48 b) 28 c) 68 d) 40 e) 60
17. Hallar el valor de "x" en la sucesión: 8; 16; 20; 24; 32; x
 a) 48 b) 61 c) 62 d) 63 e) 64
18. Hallar el valor de "x" en la sucesión: 2; 4; 8; 15; 26; x
 a) 41 b) 40 c) 38 d) 42 e) 39
19. Hallar el valor de "x" en la sucesión: 6; 13; 28; 63; 136; x
 a) 211 b) 221 c) 268 d) 271 e) 242
20. Hallar el valor de "x" en la sucesión: $(n+3)^1; (n+7)^3; (n+11)^5; \dots; (n+118-x)^x$
 a) 37 b) 39 c) 41 d) 43 e) 45
21. Para imprimir un libro se emplean 255 cifras, luego se elimina el último capítulo que tenía 28 páginas y se suplanta por otro de 40 páginas. ¿Cuántas páginas tiene el nuevo libro?
 a) 133 b) 150 c) 175 d) 280 e) 325

22. Hallar $x+y$ en la sucesión: 2; 5; 2; 6; 4; 9; 12; 14; x ; y .
 a) 71 b) 70 c) 68 d) 69 e) 72

23. Hallar $x+y$ en la sucesión: 2; 1; 6; 1; 15; 3; 31; 15; x ; y .
 a) 158 b) 159 c) 162 d) 157 e) 161

24. Hallar $x+y$ en la sucesión: 3; 5; 4; 7; 7; 9; 12; 11; x ; y .
 a) 31 b) 32 c) 33 d) 34 e) 35

25. Hallar $x+y$ en la sucesión: 2; 13; 1; 17; 1; 23; 2; 31; x ; y .
 a) 49 b) 48 c) 45 d) 50 e) 52

CLAVE DE RESPUESTAS

1. d	2. e	3. d	4. a	5. a	6. e	7. e	8. c	9. e	10. b
11. b	12. c	13. e	14. b	15. b	16. c	17. a	18. d	19. d	20. b
21. a	22. d	23. e	24. b	25. a					

ANALOGIAS Y DISTRIBUCIONES

ANALOGIA: En su forma más simple, son un grupos de términos distribuidos en dos líneas horizontales (filas). La primea fila contiene tres números y el que ocupa la posición central, es el resultado de efectuar ciertas operaciones con los que ocupan los extremos.

En la segunda fila solo se conoce los extremos y falta el central, que será hallado efectuando las mismas operaciones que se aplicaron en la primera fila.

En su forma mas elaborada, la analogía presenta tres filas de los cuales dos tiene todos sus términos y la fila restante esta incompleta, debiendo completarse según el procedimiento ya expuesto.

Ejemplo: Escriba el número que falta en:

$$\begin{array}{ccc} 143 & 56 & 255 \\ 218 & & 114 \end{array}$$

Solución: Nótese que el numero del paréntesis se formara, de restar los dos números del extremo; divididos entre 2.

$$218 - 114 = 104 \rightarrow x = 104 \div 2 = 52$$

DISTRIBUCION: es un arreglo de números, dispuestos en forma geométrica que guardan entre si una ley de formación; el cual es necesario descubrir; para hallar el termino de la incógnita.

La ley de formación esta dada por la relación entre los números mediante operaciones básicas.

- **Distribuciones numéricas:** En este caso se consideran grupos de números distribuidos en filas (horizontales) y columnas (verticales) pudiendo establecerse analogías entre filas, como en el caso anterior; también entre columnas, sin que la incógnita sea necesariamente el número central, por este motivo las operaciones a realizarse alcanzan mayor diversidad y exigen mas raciocinio.

Ejemplo: Hallar "Y" en:

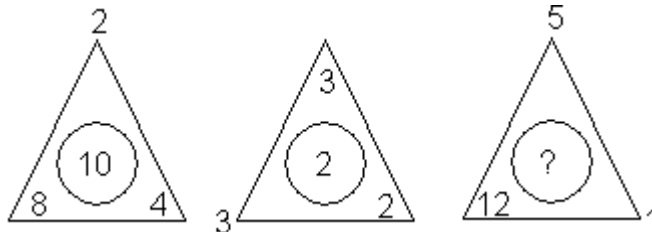
$$\begin{array}{ccc} 9 & 4 & 1 \\ 6 & 6 & 2 \\ 1 & 9 & Y \end{array}$$

Solución: Sumamos los elemento de cada fila, entonces tenemos 14.

Luego: $Y = 14 - 9 + 1 = 4$

- Distribuciones gráficas:** Una manera de representar analogías numéricas, se basa en distribuir los números que van a relacionar, dentro de una o varias figuras. De este modo la forma de la figura es un elemento adicional que se debe considerar al plantear la estrategia de solución.

Ejemplo: Escriba el número que falta:



Solución: Sumamos los números que están en los ángulos interiores y restar los ángulos exteriores, luego el numero que falta es 6.

PROBLEMAS RESUELTOS

1. ¿Qué numero falta?

2 7 1
 9 29 2
 8 6

- a) 10 b) 20 c) 30 d) 40 e) 25

Solución:

De las premisas extraemos que

$$3 \times 2 + 1 = 7$$

$$3 \times 9 + 2 = 29$$

Luego: $3 \times 8 + 6 \Rightarrow ? = 30$

2. Hallar "x"

263 110 730
 131 45 405
 280 x 529

- a) 120 b) 220 c) 160 d) 140 e) 100

Solución:

De las dos primeras filas se cumple que

$$2+6+3 \cdot 7+3+0 = 110$$

$$1+3+1 \cdot 4+0+5 = 45$$

Luego:

$$x = 2+8+0 \cdot 5+2+9 \Rightarrow x=160$$

3. Del siguiente cuadro determine el número faltante:

15	30	90
20	80	400
25	150	?

- a) 1010 b) 1020 c) 1030 d) 1040 e) 1050

Solución:

En la 1ra fila: $15 \times 2 = 30$; $30 \times 3 = 90$

En la 2da fila: $20 \times 4 = 80$; $80 \times 5 = 400$

En la 3ra fila: $25 \times 6 = 150$; $150 \times 7 = 1050$

El número faltante es: 1050

4. En el siguiente arreglo ¿Cuál es el número que falta?

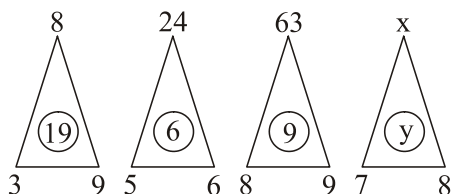
4	7	9	5
7	7	6	5
6	4	7	8
8	7	3	x

- a) 12 b) 11 c) 9 d) 5 e) 7

Solución:

En el arreglo esta oculta la siguiente relación: cualquier línea de 4 números (horizontal o vertical) da una suma constante 25. Entonces el número que completa el arreglo es: 7

5. Hallar x - y, si:



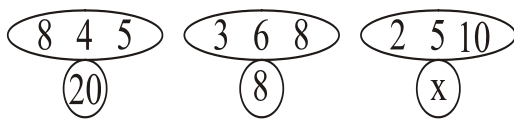
- a) 56 b) 21 c) 36 d) 40 e) 44

Solución:

$$\begin{cases} 3^2 - 1 = 8 \\ 5^2 - 1 = 24 \\ 8^2 - 1 = 63 \end{cases} \Rightarrow x = 7^2 - 1 = 48 \quad \begin{cases} 3 \times 9 - 8 = 19 \\ 5 \times 6 - 24 = 6 \\ 8 \times 9 - 63 = 9 \end{cases} \Rightarrow y = 7 \times 8 - 48 = 8$$

$\therefore x - y = 48 - 8 = 40$

6. Hallar x:

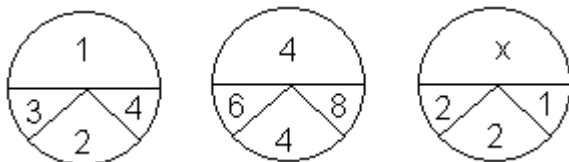


- a) 12 b) 20 c) 8 d) 10 e) 14

Solución:

$$\begin{cases} \frac{8 \times 5}{4} \times 2 = 20 \\ \frac{3 \times 8}{6} \times 2 = 8 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{2 \times 10}{5} \times 2 = 8$$

7. Hallar "x"



- a) 2 b) 4 c) 6 d) 8 e) 5

Solución:

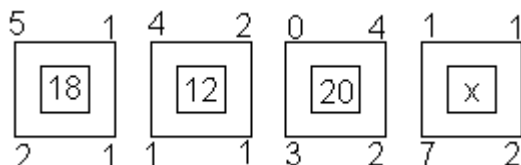
Encontramos que cumple:

$1 = 3^2 - 2 \times 4$

$4 = 6^2 - 4 \times 8$

Luego: $x = 2^2 - 2 \times 1 \Rightarrow x = 2$

8. Hallar "x"



- a) 20 b) 18 c) 16 d) 14 e) 12

Solución:

De las primeras tenemos que

$$5+1 \quad 2+1 = 18$$

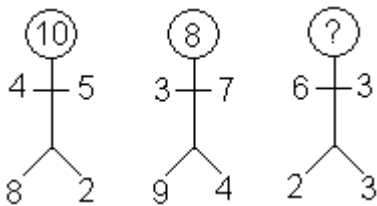
$$4+2 \quad 1+1 = 12$$

$$0+4 \quad 3+2 = 20$$

En la última figura debe cumplir que

$$x = 1+1 \quad 7+2 \Rightarrow x = 18$$

9. ¿Qué número falta?



- a) 12 b) 13 c) 16 d) 14 e) 15

Solución:

De las primeras figuras

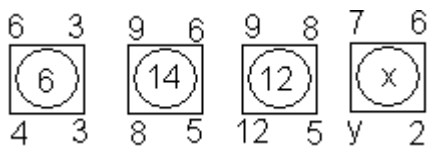
$$4 \times 5 - 8 + 2 = 10$$

$$3 \times 7 - 9 + 4 = 8$$

Luego en la tercera:

$$6 \times 3 - 2 + 3 = 13 \Rightarrow ? = 13$$

10. Hallar $x+y$ en:



- a) 25 b) 23 c) 26 d) 2 e) 30

Solución:

Para "y", se obtiene de la sucesión

$$4; 8; 12; y \Rightarrow y = 16$$

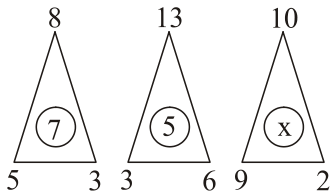
Para "x", se observa que

$$\left. \begin{array}{l} 6 \times 3 \cdot 4 \times 3 = 6 \\ 9 \times 6 \cdot 8 \times 5 = 14 \\ 9 \times 8 \cdot 12 \times 5 = 12 \end{array} \right\} \Rightarrow x = 7 \times 6 \cdot 16 \times 2 = 10$$

Por lo tanto: $x+y=10+16=26$

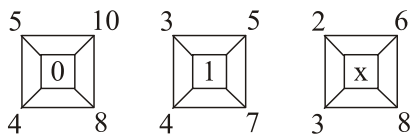
EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Hallar x



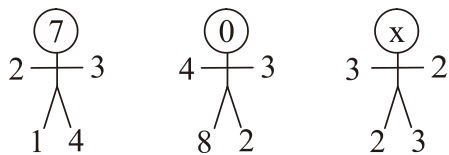
- a) 6 b) 7 c) 8 d) 9 e) 4

2. Hallar x



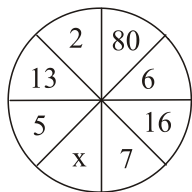
- a) 2 b) 3 c) 1 d) -2 e) -3

3. Hallar x



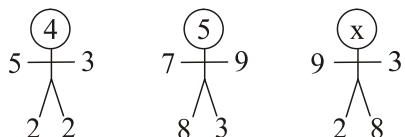
- a) 1 b) 2 c) 4 d) 3 e) 5

4. Hallar x



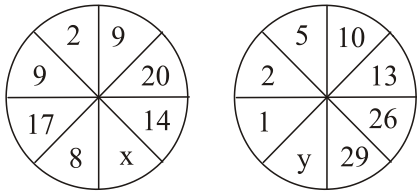
- a) 42 b) 8 c) 36 d) 59 e) 87

5. Hallar x



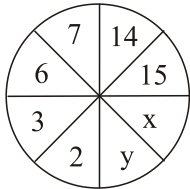
- a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

6. Hallar x+y



- a) 64 b) 69 c) 70 d) 71 e) 67

7. Hallar $x+y$



- a) 54 b) 48 c) 72 d) 63 e) 61

8. ¿Qué término falta?

884 (550) 216
 126 () 578

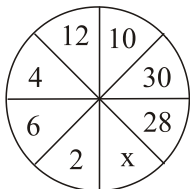
- a) 460 b) 432 c) 352 d) 342 e) 361

9. Hallar el número que completa

3 (11) 5
 2 (7) 3
 8 () 1

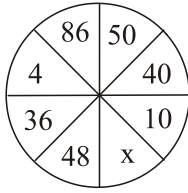
- a) 15 b) 16 c) 17 d) 18 e) 19

10. Hallar x



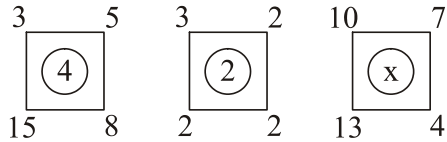
- a) 80 b) 81 c) 82 d) 83 e) 84

11. Hallar x



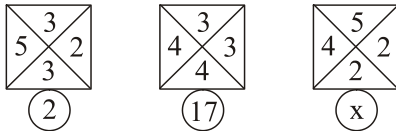
- a) 94 b) 95 c) 96 d) 97 e) 98

12. Hallar x



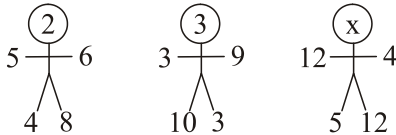
- a) 17 b) 18 c) 19 d) 20 e) 21

13. Hallar x



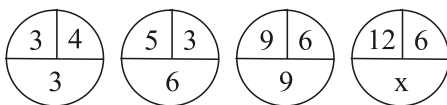
- a) 8 b) 9 c) 10 d) 11 e) 12

14. Hallar x



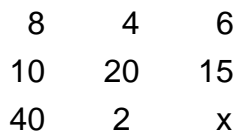
- a) 9 b) 10 c) 11 d) 12 e) 13

15. Hallar x



- a) 9 b) 10 c) 11 d) 12 e) 13

16. Hallar x



- a) 20 b) 21 c) 22 d) 23 e) 24

17. Hallar x

$$\begin{array}{r}
 2 \quad 3 \quad 7 \\
 8 \quad 1 \quad 65 \\
 7 \quad 9 \quad x
 \end{array}$$

- a) 55 b) 56 c) 57 d) 58 e) 59

18. Hallar x

$$\begin{array}{r}
 8 \quad 7 \quad 9 \quad 6 \\
 10 \quad 12 \quad 8 \quad 14 \\
 x \quad 8 \quad 13 \quad 4
 \end{array}$$

- a) 7 b) 8 c) 9 d) 10 e) 11

19. Hallar x

$$\begin{array}{r}
 89 \quad (28) \quad 33 \\
 138 \quad (x) \quad 42
 \end{array}$$

- a) 46 b) 47 c) 48 d) 49 e) 50

20. Hallar x

$$\begin{array}{r}
 821 \quad (34) \quad 204 \\
 439 \quad (x) \quad 282
 \end{array}$$

- a) 52 b) 53 c) 54 d) 55 e) 56

CLAVE DE RESPUESTAS

1. a	2. d	3. a	4. e	5. a	6. e	7. e	8. c	9. c	10. e
11. a	12. d	13. b	14. d	15. a	16. b	17. d	18. c	19. c	20. e

CUATRO OPERACIONES

En este tema se tomarán en cuenta las cuatro operaciones fundamentales (adición, sustracción, multiplicación y división).

Adición es una operación que tiene por objeto reunir varias cantidades de una misma especie en una sola, llamada suma total

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = S$$

a_k : *Sumandos*
 S : *Suma total*

Sustracción Es una operación inversa a la adición que consiste en :Dados dos números enteros llamados "minuendo" y "sustraendo", encontrar otro número llamado "diferencia", tal que sumado con el sustraendo sea igual al minuendo.

$$\begin{array}{ccccc}
 M & - & S & = & D \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 \text{minuendo} & & \text{sustraendo} & & \text{diferencia}
 \end{array}$$

Complemento Aritmético

$$C.A(\bar{a}) = 10 - a = \overline{10 - a}$$

$$C.A(\overline{ab}) = 100 - ab = \overline{100 - ab}$$

$$C.A(\overline{abc}) = 1000 - abc = \overline{1000 - abc}$$

Multiplicación Es una operación directa que tiene como objeto: dadas dos cantidades "multiplicando" y "multiplicador"; hallar una tercera llamada "producto" que contenga al multiplicando las mismas veces que el multiplicador.

$$\begin{array}{ccccc}
 M & \times & m & = & P \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 \text{multiplicando} & & \text{multiplicador} & & \text{producto}
 \end{array}$$

División Es la operación inversa a la multiplicación

División exacta	División inexacta
$\begin{array}{r} D \ \underline{)d} \\ 0 \ \ q \end{array} \rightarrow D = d \cdot q$	$\begin{array}{r} D \ \underline{)d} \\ r \ \ q \end{array} \rightarrow D = d \cdot q + r, r < d$
D= dividendo	D= dividendo
d = divisor	d = divisor
q = cociente	q = cociente
	r = residuo

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Compré un lote de pantalones a 5400 soles el ciento y los vendí a 720 soles la docena ganando en el negocio 18000 soles. ¿Cuántos cientos tenía el lote?
- a) 20 b) 30 c) 40 d) 41 e) 45

Solución:

El precio de venta por unidad es: $720 / 12 = 60$ soles
 El precio de un ciento será, $60 * 100 = 6000$ soles
 Luego, en cada ciento se ganará, $6000 - 5400 = 600$ soles
 (Precio de venta) (Precio de compra)

Pero la ganancia total fue S/. 18000
 Por lo tanto, Número de cientos = $18000 / 600 = 30$

2. Un vendedor de libros compra 3 libros por S/. 70 y vende 4 por S/. 105. ¿Cuántos libros debe vender para ganar S/. 350?
- a) 220 b) 130 c) 240 d) 120 e) 200

Solución:

3 libros cuestan S/. 70, entonces, 1 libro cuesta S/. $\frac{70}{3}$
 4 libros cuestan S/. 105, entonces, 1 libro cuesta S/. $\frac{105}{4}$

Luego, en cada libro ganará, $\frac{105}{4} - \frac{70}{3} = \frac{35}{12}$ soles

Por lo tanto, para ganar S/. 350 debe vender: $\frac{350}{\frac{35}{12}} = 120$ libros

3. Se contrata un empleado por el tiempo de un año acordándole pagarle 3500 dólares mas una computadora, pero al cumplir los 9 meses se le despide pagándole 2250 dólares mas la computadora. ¿El precio de la computadora es?
- a) 1020 b) 1550 c) 1200 d) 1400 e) 1500

Solución:

$$\begin{array}{r}
 12 \text{ meses} = 3500 + PC \\
 9 \text{ meses} = 2250 + PC
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} 12 \text{ meses} \\ 9 \text{ meses} \end{array}} \right\} (-) \text{ restando}$$

$$3 \text{ meses} = 1250$$

Entonces, en 1 mes gana $1250/3$ dólares.

En 12 meses debe ganar: $12 * \frac{1250}{3} = 5000$ dólares

Pero solo recibe 3500 dólares más una computadora, esto significa que:

$$3500 + PC = 5000$$

Es decir, $PC = 1500$ dólares.

4. Una tortuga se encuentra en una pendiente, durante el día avanza 160m., y durante la noche desciende 120m. por acción de su propio peso. Al cabo de cuantos días llega a la parte superior de la pendiente de 400m. de largo.
- a) 10 b) 6 c) 8 d) 7 e) 12

Solución:

Primeramente, observemos que en el ultimo día asciende 160 y como ya no resbala, los demás días anteriores tendrá que ascender $400 - 160 = 240$ m.

Como en cada día asciende 180m y desciende 120m, entonces su ascenso real por día es de: $160 - 120 = 40$ m

Luego, para ascender los 240m restantes necesita: $\frac{240}{40} = 6$ días.

Por lo tanto, total días = $6 + 1_{(\text{ultimo día})} = 7$ días

5. La suma de dos números es 323. Al dividir el mayor de los números por el otro, se tiene 16 de cociente y residuo máximo. El numero mayor es:
- a) 345 b) 234 c) 248 d) 305 e) 203

Solución:

- $a + b = 323 \dots (I)$

- $$\begin{array}{r} a \quad \underline{} \quad b \\ \dots \quad 16 \\ \hline (b-1) \end{array}$$

entonces, $a = 16(b) + (b - 1)$

$a = 17b - 1 \dots (II)$

Luego de (I) y (II): $17b - 1 + b = 323$ entonces $b = 18$

Por lo tanto, el mayor es $a = 305$

6. Con mi gratificación he comprado 25 libros. Si cada uno hubiese costado S/. 10 menos; hubiera adquirido 50 libros más. ¿Cuánto me costo cada libro?

- a) S/. 10 b) S/. 25 c) S/. 5 d) S/. 15 e) S/. 20

Solución:

Si en un libro me rebajasen S/. 10 menos entonces en 25 libros me hubiesen ahorrado $25 \times 10 = S/. 250$, dinero con el cual me hubiera comprado 50 libros.

Precio rebajado por libro

$$S/. \frac{250}{50} = S/. 5$$

Precio real $5 + 10 = S/. 15$

7. Si trabaja los lunes inclusive; un peón ahorra 40 soles semanales; en cambio la semana que no trabaja el día lunes; tiene que retirar 20 soles de sus ahorros. Si durante 10 semanas logra ahorra 220 soles; ¿Cuántos lunes dejó de trabajar en estas 10 semanas?

- a) 1 b) 9 c) 3 d) 7 e) 5

Solución:

Supongamos que trabajó todos los lunes, entonces ahorraría $10 \times 40 = S/. 400$, luego no ahorraría: $400 - 220 = S/. 180$

Así c/lunes que no trabaja deja de ahorrar: $S/. 40 + S/. 20 = S/. 60$

Por tanto el número de lunes que no trabajó es: $\frac{S/. 180}{S/. 60} = 3$

8. Dos personas tienen respectivamente S/. 368000 y S/. 256000, ambos gastan la misma suma de dinero en la compra de terrenos cuyo precio por m^2 son S/. 400 y S/. 320 respectivamente. Quedándole al final de ésta operación al primero de ellos el triple de lo que quedaba al segundo. Hallar el área de los terrenos.
- a) $500 m^2$ y $625 m^2$ b) $400 m^2$ y $525 m^2$ c) $550 m^2$ y $675 m^2$ d) $450 m^2$ y $600 m^2$ e) $520 m^2$ y $635 m^2$

Solución:

Capital de la primera: S/. 368000

Capital de la segunda: S/. 256000

“ a ” } cantidad de dinero que le queda a
 “ b ” } cada uno después de la compra del terreno

$$a = 3b$$

Como ambos gastan lo mismo la diferencia de lo que tienen al comienzo y al final de la compra es la misma

$$\Rightarrow a - b = 368000 - 256000 = 112000$$

$$\Rightarrow 3b - b = 112000$$

$$\Rightarrow b = 56000, \quad a = 168000$$

Así: el gasto de la 1ra es:

$$368000 - 168000 = \text{S/. } 200000, \text{ luego la primera compró: } \frac{200000}{400} = 500m^2$$

El gasto de la 2da es:

$$256000 - 56000 = 200000, \text{ luego la segunda compró: } \frac{200000}{320} = 625m^2$$

9. Dos turistas están alojados en el mismo lugar, pero uno de ellos paga diariamente S/. 48 menos que el otro. Después de igual número de días pagan S/. 1 476 y S/. 2 052 respectivamente. ¿Cuántos días transcurrieron?

- a) 13 b) 14 c) 15 d) 10 e) 12

Solución:

Si n es el número de días transcurridos, entonces $48n = 2052 - 1476 = 576$, de donde

$$n = \frac{576}{48} = 12$$

10. ¿Cuántas personas hay en un micro lleno totalmente, si tiene 6 asientos por cada 4 personas que van de pie, y van 42 personas sentadas?
- a) 60 b) 62 c) 65 d) 70 e) 72

Solución:

Si 42 van sentadas, entonces van de pie $4 \times \frac{42}{6} = 28$, luego en total van $42 + 28 = 70$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. En un examen Juan gana dos puntos por respuesta correcta, pero pierde un punto por cada equivocación. Si después de haber contestado 50 preguntas obtiene 64 puntos. ¿Cuántas preguntas respondió mal?
a) 18 b) 14 c) 12 d) 16 e) 15
2. Un gerente gana S/. 1300 mas que el otro por día, si al cabo de igual número de días recibieron S/. 131100 y S/. 106400 respectivamente. ¿Cuál es el jornal de c/u?
a) 6900, 5600 b) 7400, 3500 c) 7200, 6500 d) 3400, 1200 e) 8500, 6400
3. El chofer de un ómnibus observa que en su recorrido por cada persona que baja suben 3, llegando a su destino final con 56 personas. Si el costo del pasaje por persona es de S/. 2.2 c/u y recaudo en total S/. 176, ¿Con cuantas personas inicio su recorrido?
a) 6 b) 7 c) 8 d) 9 e) 10
4. Quince personas tienen que pagar S/. 1500 por partes iguales, algunas ellas no pueden pagar y las restantes tienen que aumentas S/. 50 c/u para cancelar la deuda. ¿Cuántas personas no pueden pagar?
a) 4 b) 5 c) 6 d) 8 e) 10
5. Marco empasta 112 libros en un día y Roberto la cuarta parte. ¿ Cuantos días les tomara empastar 560 libros, si cada uno trabaja en días alternados?
a) 10 b) 14 c) 8 d) 9 e) 12
6. Si a un número se le agrega dos ceros a la derecha, dicho número aumenta en 78111 unidades. ¿Cuál es el número?
a) 789 b) 815 c) 768 d) 788 e) 776

7. En un salón de 40 alumnos el profesor suma los años de nacimiento de todos y luego suma las edades; y a continuación suma los dos resultados obteniendo 80256. Si la suma se hizo ayer (2007) ¿Cuántos cumplieron años ya este año?
- a) 10 b) 14 c) 8 d) 7 e) 16
8. En una fiesta a la que fueron 53 personas, en un momento determinado, 8 mujeres no bailaban y 15 hombres tampoco. ¿Cuántas mujeres asistieron a la reunión?
- a) 8 b) 15 c) 23 d) 20 e) 19
9. Una casa se pintó por S/. 7500; pero si se hubiese ahorrado S/. 2,5 por cada m^2 , el costo de pintura, habría sido de s/. 5000. ¿Cuánto se pagó por cada m^2 ?
- a) 6.5 b) 5 c) 4.5 d) 7.5 e) 6
10. Para una sala de teatro se había proyectado un cierto número de filas de 16 asientos cada fila; pero al resultar los asientos muy juntos y las filas muy separadas, se distribuyó nuevamente el mismo número de asientos aumentando 4 filas y disminuyendo 4 asientos por cada fila. Hallar el número de asientos.
- a) 192 b) 201 c) 176 d) 188 e) 145
11. Se ha enrollado un cable en un carrete de 1 m de diámetro, dándole 100 vueltas. Si el mismo cable es enrollado en otro carrete dándole 50 vueltas, ¿Cuál es el diámetro del nuevo carrete?
- a) 2m b) 4m c) 1m d) 1.5m e) 3m
12. Dos secretarías tienen que escribir 600 cartas cada una. La primera escribe 15 cartas por hora y la segunda 13 cartas por hora. Cuando la primera haya terminado su trabajo, ¿Cuántas cartas le faltarán escribir a la segunda?
- a) 50 b) 60 c) 70 d) 80 e) 90
13. La suma de dos números naturales es 1043, y su cociente da 27 donde el resto es el mayor posible. Hallar el mayor de dichos números.
- a) 1017 b) 1007 c) 997 d) 887 e) 827
14. Se paga S/. 10 por cada 3 manzanas y se venden 5 por S/. 20. ¿Cuál es el número de manzanas que se debe vender para ganar S/. 100?
- a) 110 b) 120 c) 130 d) 140 e) 150

15. Antonio tiene S/. 100 ahorrados. Con la cuarta parte compra un juguete, con la tercera parte del resto compra lapiceros y con la mitad de lo que le queda compra frutas. ¿A cuánto se han reducido los ahorros iniciales?
- a) 15 b) 20 c) 25 d) 30 e) 35
16. Un examen de 140 preguntas dura 3 horas. Si José dedica 60 min. para leer y responder 40 preguntas y de cada 10 acierta 5 ¿Cuántas no acertó o dejó de responder.
- a) 60 b) 70 c) 80 d) 90 e) 100
17. Hallar un número de tres cifras cuyo complemento aritmético sea igual al número de cifras necesarias para escribir todos los números enteros desde 1 hasta dicho número inclusive.
- a) 256 b) 277 c) 436 d) 568 e) 345
18. En una playa de estacionamiento que funciona desde las 7 a.m. a las 11 p.m. se cobra S/. 65 por cualquier número de horas. Un día se recaudo S/. 5265 y a las 11 p.m. habían 63 carros. ¿Cuántos carros entraron a las 7 a.m. si después de esa hora por cada auto que salía entraban cuatro?
- a) 6 b) 8 c) 9 d) 10 e) 11
19. Al dividir \overline{abc} entre \overline{bc} , se obtiene 11 de cociente y 80 de residuo. Hallar $a+b+c$
- a) 15 b) 16 c) 17 d) 18 e) 19
20. Cuando compro, me regalan un cuaderno por cada docena, y cuando vendo regalo 4 por cada ciento, cuanto cuadernos debo comprar para vender 1000
- a) 960 b) 860 c) 880 d) 840 e) 980
21. Una persona sube una escalera con el curioso método de subir 7 escalones y bajar 6, si en tota subió 91 escalones, ¿cuántos escalones tiene la escalera?
- a) 18 b) 19 c) 20 d) 21 e) 17
22. De los S/. 60 que tenía si no hubiera comprado un reloj que me costo S/. 16 tan sólo hubiera gastado los $\frac{2}{3}$ de lo que no hubiera gastado. ¿Cuánto gaste?
- a) 20 b) 30 c) 40 d) 35 e) 25

23. Cierta ómnibus va de un punto M a otro N y en uno de los viajes recaudó un total de 784 soles por los adultos y 360 soles por los niños, el precio del pasaje para adultos y niños es S/. 28 y S/. 12 respectivamente. Cada vez que bajó un adulto subieron 3 niños y cada vez que bajó un niño subieron 2 adultos. Si el ómnibus llegó a N con 20 adultos y 20 niños, ¿con cuántos adultos y niños salió de M respectivamente?
- a) 12 y 8 b) 8 y 6 c) 10 y 4 d) 9 y 6 e) 10 y 6
24. En un ómnibus llegaron 53 pasajeros pero por cada pasajero que bajaba subía 3, el precio de cada pasaje era S/. 6 y se recaudó en total S/. 390 ¿Cuál era la cantidad de pasajeros que había inicialmente?
- a) 25 b) 26 c) 27 d) 28 e) 29
25. Carmen le dice a Piero: entre ambos tenemos S/.134. Si tu me dieras 23 soles ambos tendríamos la misma suma. ¿Cuánto tiene Carmen?
- a) 40 b) 42 c) 44 d) 43 e) 45
26. Un recipiente lleno de agua pesa 13 Kg. Si el contenido pesa 11 Kg. más que el recipiente. ¿Cuántos litros de agua contiene el recipiente?
- a) 118 b) 119 c) 120 d) 121 e) 122
27. De un piezo de tela de 36m se ha vendido una parte a S/.90 y otra parte a S/. 72 quedando 9m. ¿Cuál es el precio por metro, si en la primera vez se vendió 3 metros más que en la segunda vez?
- a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) 9
28. Un comerciante vendió 8 televisores y 12 radios por S/. 30600. Si cada televisor cuesta tanto como 3 radios ¿Cuál es el precio de cada televisor?
- a) 180 b) 181 c) 182 d) 183 e) 184
29. Un padre dejó al morir S/. 1360 a cada uno de sus hijos; pero el mayor renunció a su parte y la parte de este se repartió por igual entre los menores, recibiendo entonces cada uno de ellos S/. 1530. ¿Cuántos hermanos son en total?
- a) 8 b) 9 c) 10 d) 11 e) 12
30. Una máquina fabrica 48 botellas en 12 minutos y otra máquina fabrica 75 botellas en 15 minutos. ¿Cuánto tiempo se necesita para fabricar 243 botellas con ambas máquinas?

- a) 25 b) 26 c) 27 d) 28 e) 29

31. Se compra 120 dulces a 5 por 1 sol, luego se compra 120 dulces a 3 por 1 sol y se vende los 240 dulces a 4 por un sol. ¿cuánto se gana o se pierde?

- a) 5 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

CLAVE DE RESPUESTAS

1. c	2. a	3. c	4. b	5. c	6. a	7. e	8. c	9. d	10. a
11. a	12. d	13. b	14. e	15. c	16. c	17. b	18. c	19. d	20. a
21. b	22. c	23. b	24. e	25. c	26. d	27. b	28. a	29. b	30. c
31. e									

PLANTEO DE ECUACIONES

Plantear una ecuación quiere decir traducir un enunciado del lenguaje común al lenguaje matemático, que viene a ser una ecuación.

Método para plantear una ecuación

- a) Leer detenidamente comprendiendo el enunciado del problema.
- b) Extraer datos
- c) Ubicar la incógnita y representarla con variables
- d) Relacionar los datos construyendo una igualdad lógica.
- e) Una vez planteada la ecuación, resolver.

Forma Verbal	Forma Matemática
Un número cualquiera	x
Tres números consecutivos.	$x; (x + 1); (x + 2)$
El exceso de A sobre B	$A - B$
El doble de un número	$2x$
El triple de un número	$3x$
La quinta parte de un número	$\frac{x}{5}$
La mitad de la quinta parte de un número	$\frac{1}{2} \left(\frac{x}{5} \right)$
P es a q como 3 es a 5	$\frac{p}{q} = \frac{3}{5}$
Un número disminuido en 7	$x - 7$
El cuadrado de la diferencia de dos números	$(x - y)^2$
La suma de los cuadrados de dos números es 25	$x^2 + y^2 = 25$
A es 9 más que B	$A - B = 9$
La inversa de un número	$\frac{1}{x}$
El producto de dos números pares consecutivos	$x(x + 2)$
La suma de 3 números consecutivos es 30	$x + (x + 1) + (x + 2) = 30$
El triple de un número, disminuido en 10	$3x - 10$
El triple, de un número disminuido en 10	$3(x - 10)$

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Carmen recibió 4 soles y tuvo entonces 4 veces lo que hubiera tenido si hubiera perdido 2 soles. ¿Cuánto tenía Carmen al inicio?

- a) 7 b) 9 c) 12 d) 4 e) 8

Solución

Sea x lo que tenía al inicio.

Luego del enunciado se tiene:

$$x + 4 = 4(x - 2)$$

$$x + 4 = 4x - 8$$

$$3x = 12$$

$x = 4$ soles, es lo que tenía al inicio.

2. De los 20 soles que tenía, gasté la tercera parte de lo que no gasté. ¿Cuánto gasté?

- a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) 9

Solución

Sea x lo que gaste.

Entonces lo que no gaste es $3x$.

Luego:

$$\text{GASTE} + \text{LO QUE NO GASTE} = \text{LO QUE TENIA}$$

$$x + 3x = 20$$

$$4x = 20$$

$$x = 5 \text{ soles, es lo que no gasté.}$$

3. Un alumno con bajas calificaciones, duerme todas las horas de cada día menos las que duerme. ¿Cuántas horas permanece despierto diariamente?

- a) 6 b) 8 c) 10 d) 12 e) 14

Solución

Sea x las horas que duerme.

Todas las horas del día = 24 horas

Luego del enunciado:

$$\text{DUERME} = \text{TODAS LAS HORAS} - \text{DUERME}$$

$$x = 24 - x$$

$$2x = 24$$

$$x = 12 \text{ horas, permanece diariamente despierto.}$$

4. Si se forman filas de 8 niños sobrarían 4, pero faltarían 8 niños para formar 3 filas más de 7 niños. ¿Cuántos niños son?
- a) 7 b) 8 c) 9 d) 10 e) 12

Solución

Sea x el número de filas.

$$8x + 4 = 7(x + 3) - 8$$

$$x = 9$$

5. ¿Cuál es el número cuyo cuádruplo sumando al mismo es igual al doble del número, más el triple del mismo?
- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) todos los números

Solución

Sea x el número.

Del enunciado se tiene:

$$4x + x = 2x + 3x$$

$$5x = 5x$$

Como la expresión es una igualdad entonces se cumplirá para cualquier valor de x

Respuesta: todos los números.

6. Dos recipientes contiene 80 y 150 litros de agua y se les añade la misma cantidad de agua a cada una ¿Cuál debe ser esta cantidad para que el contenido del primer recipiente sea los $2/3$ del segundo?
- a) 30 b) 40 c) 50 d) 60 e) 70

Solución

Sea x el número de litros de agua que se añade a cada recipiente, donde:

El primer recipiente tendrá $(80 + x)$

El segundo recipiente tendrá $(150 + x)$

Del enunciado se tiene:

$$(80 + x) = (2/3)(150 + x)$$

$$240 + 3x = 300 + 2x$$

$$3x - 2x = 300 - 240$$

$$x = 60 \text{ litros.}$$

7. Se desea rifar un radio haciendo cierto número de boletos. Si se vende cada boleto a S/. 7 se pierde S/. 400, y si se vende a S/. 8 se gana S/. 500. ¿Cuántos boletos se hicieron?

- a) 900 b) 400 c) 100 d) 500 e) 800

Solución:

Sea n el número de boletos y p el precio de la radio entonces

$$7n = p - 400 \dots\dots\dots (1)$$

$$8n = p + 500 \dots\dots\dots (2)$$

Multiplicamos por (-) a la ecuación (1), tenemos:

$$-7n = -p + 400 \dots\dots\dots (1)$$

$$8n = p + 500 \dots\dots\dots (2)$$

De donde n = 900

8. Hallar el mayor de dos números; tales que uno excede al otro en 70 unidades, y al dividirlos entre sí el cociente es 5 y el resto es 10.

- a) 75 b) 85 c) 95 d) 105 e) 100

Solución:

Sean a y b los números, con $a > b$, entonces

$$a = b + 70$$

$$a = 5b + 10$$

De donde a = 85

9. En una fiesta, a la cual concurrieron menos de 2000 personas, se observó en cierto momento que el número de mujeres que bailaban era K^3 y el número de los que no lo hacían era "K", el número de hombres que bailaban era P^2 y el número de los que no bailaban era "P". ¿Cuál fue el número exacto de asistentes, si éste fue el mayor posible?

*Sabemos que en una fiesta donde hay damas y caballeros, lo mas lógico es que bailan en pareja, entonces podemos afirmar:

Nº de Caballeros que bailan = Nº de Damas que bailan

Luego según datos tenemos:

	CABALLEROS	DAMAS
BAILAN	P^2	K^3
NO BAILAN	p	k

$$P^2 + K^2 + P + K < 2000$$

$$P^2 = K^3$$

$$\Rightarrow P = \sqrt{K^3} \dots\dots\dots \text{(Note que K debe tener raíz cuadrada)}$$

$$P^2 + K^2 + P + K < 2000$$

$$\text{Remplazamos: } K^3 + K^3 + \sqrt{K^3} + K < 2000$$

$$2K^3 + \sqrt{K^3} + K < 2000$$

\downarrow
27

\downarrow
9

$$P = \sqrt{9^3} = 27$$

$$P^2 + K^3 + P + K$$

$$27^2 + 9^3 + 27 + 9 = 1494$$

10. La familia Vega, la familia Parra y el matrimonio Rojas almorzaron en el restaurante "Olla de Barro". Los Vega comieron 3 parrilladas, 2 ensaladas, 5 gaseosas y gastaron S/. 53. Los Parra comieron 5 parrilladas, 3 ensaladas, 9 gaseosas y gastaron S/. 91. ¿Cuánto gastaron los Rojas quienes comieron 1 parrillada, 1 ensalada, 1 gaseosa?

- a) S/. 15 b) S/. 25 c) S/. 35 d) S/. 120 e) S/. 10

Solución

Asignamos variables:

- Costo de cada parrillada: S/. P
- Costo de cada ensalada: S/. E
- Costo de cada Gaseosa: S/. G

Del problema:

$$3p + 2E + 5G = 53$$

$$5P + 3E + 9G = 91$$

- Como nos pide $1P + 1E + 1G$ es suficiente duplicar la primera ecuación y restarla con la segunda ecuación así:

$$6P + 4E + 10G = 106 \quad -$$

$$5P + 3E + 9G = 91$$

$$P + E + G = 15$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Un caminante ha recorrido 1000m unas veces avanzando, otras retrocediendo. Si solo ha avanzado 350m ¿Cuánto anduvo retrocediendo?
 a) 675m b) 820m c) 325m d) 765m e) 460m
2. Si el precio de transporte de una encomienda de un punto a otro es 3050 soles por los cuatro primeros kilos y 150 soles por cada kilo adicional, ¿Cuál es el peso de una encomienda cuyo transporte ha costado 6200 soles?
 a) 41 b) 40 c) 25 d) 28 e) 30
3. En un campeonato de ajedrez hay 120 jugadores; si cada uno jugó una sola vez resultado igual al número de ganadores que de empatadores. ¿cuántos jugadores perdieron?
 a) 30 b) 40 c) 60 d) 50 e) 90
4. El número de patos excede en 8 al número de gallinas. Si se agregan 17 patos y se retiran 7 gallinas, entonces la relación de gallinas a patos es 1 a 5. ¿cuántos patos habían al inicio?
 a) 15 b) 20 c) 23 d) 35 e) 13
5. En una familia se cuentan varios niños y niñas. Alguien les pregunta, ¿cuántos eran? Y la niña mayor contestó que tenía tantos hermanos como 5 veces el número de hermanas; pero el niño mayor dijo que tenía tantos hermanos como 3 veces el número de hermanas. ¿cuántos niños en total habrán en dicha familia?
 a) 9 b) 11 c) 12 d) 13 e) 15
6. Hoy tengo el cuádruple de lo que tuve ayer y ayer tuve la séptima parte de lo que tendré mañana. Si todas las cantidades fuesen 6 soles menos; resultaría entonces que la cantidad de hoy sería el quíntuplo de la de ayer. ¿cuántos soles tendré mañana?
 a) 168 b) 150 c) 120 d) 48 e) 72

7. Un alumno ha obtenido 420 puntos. Si se le aumenta 7 puntos más por cada pregunta contestada, tendría que hacer 2 preguntas menos para obtener el mismo puntaje. ¿Cuál era el puntaje de cada pregunta?
- a) 35 b) 28 c) 42 d) 70 e) 21
8. En una reunión unos empiezan jugando otros charlando y el resto bailando. Los que bailan son la cuarta parte de los reunidos. Después 4 de ellos dejan el juego por el baile, 1 deja la charla por el juego y 2 dejan el baile por la charla con lo cual resulta entonces que bailan tantos como juegan y juegan tantos como charlan. ¿cuántas personas asistieron a la reunión?
- a) 12 b) 15 c) 24 d) 28 e) 20
9. El número 108 puede descomponerse en 4 sumandos de manera que sumando 5 al primero, restando 5 al segundo, multiplicando por 5 al tercero y dividiendo entre 5 al cuarto. Se obtiene siempre el mismo resultado. ¿Cuál es el promedio del mayor y el menor?
- a) 36 b) 39 c) 42 d) 25 e) 50
10. Cierta número de revistas se han comprado por ejemplar hubiese sido un sol menos, se tendría 5 ejemplares más por el mismo dinero. ¿cuántas revistas se compró?
- a) 5 b) 4 c) 20 d) 15 e) 25
11. Un Padre de familia quiso comprar cierto número de cuadernos con cierta suma, pero al ver que el precio de cada cuaderno había bajado en 2 soles, compro 4 cuadernos más por la misma suma. Si el número de soles que pago por cada cuaderno y el número de cuadernos que compro suman 16. ¿Cuánto gastó en la compra de cuadernos?
- a) S/.42 b) S/.46 c) S/.58 d) S/.48 e) S/.50
12. Dos negociantes de Libros, entran en una feria donde hay que pagar derechos de ingreso. Uno de ellos lleva consigo 64 libros. Como no tienen bastante dinero para pagar los derechos, el primero paga con 5 libros y S/.40; el segundo paga con 2 libros pero recibe de vuelto S/.40. ¿Cuál es el precio de cada libro, teniendo en cuenta que los libros entregados en calidad de pago, no abonan derechos?
- a) S/.100 b) S/.110 c) S/.108 d) S/.130 e) S/.50

13. Una persona sube una escalera de tal manera que por cada 7 pasos que avanza, retrocede 3, dando un total de 207 pasos. ¿Cuántos pasos fueron de retroceso?
 a) 60 b) 84 c) 92 d) 76 e) 56
14. En un mal reparto de S/.864 entre 24 personas, algunos de ellos reciben la misma suma mientras el resto se queda sin recibir nada. Entonces Maria dona su parte a los que no fueron beneficiados; tocándole a cada uno de estos S/6. ¿A cuantos no se les dio nada inicialmente?
 a) 12 b) 18 c) 20 d) 16 e) 24
15. Las tres cuartas partes del contenido de un barril, más 7 litros, es vino y la tercera parte del contenido menos 20 litros, es agua. ¿Cuánto se tiene de vino?
 a) 124 b) 120 c) 118 d) 116 e) 119
16. Hallar un número tal que la suma de su sexta parte y su novena parte **es igual** a 150
 a) 580 b) 460 c) 640 d) 520 e) 480
17. El exceso del triple de un número sobre 55 equivale al exceso de 233 sobre el número. ¿Cuál es el número?
 a) 72 b) 71 c) 70 d) 74 e) 64
18. se desea rifar una radio haciendo un cierto número de boletos. Si se vende cada boleto a 7 soles se pierde 400 soles. Si se vende a S/. 8 se gana S/. 500. ¿cuántos boletos se hicieron?
 a) 900 b) 400 c) 500 d) 100 e) 800
19. En una granja se tiene 60 animales entre cerdos y gallinas, si se cuentan 160 patas. ¿Cuántos son cerdos?
 a) 25 b) 18 c) 20 d) 15 e) 30
20. Se reparte S/. 3000 entre 4 personas de tal manera que la 1^{ra} le toca S/. 400 mas que a la 2da, a esta 3/5 de lo que le corresponde a la 3ra, y esta S/. 600 menos de la cuarta. ¿Cuánto recibió la cuarta?
 a) 475 b) 375 c) 1225 d) 1110 e) 485

21. Cierta número de revistas se han comprado con soles S/. 100. Si el precio hubiese sido S/. 1 menos se tendría 5 ejemplares más por el mismo dinero. ¿Cuántas revistas se compro?
- a) 5 b) 8 c) 20 d) 18 e) 22
22. Erika compra camisas a S/. 75 c/u, le regalan 4 por cada 19 que compra, recibiendo en total 391 camisas. ¿Cuál es su inversión?
- a) 22425 b) 22525 c) 22475 d) 24375 e) 24225
23. Hallar la edad de Naty sabiendo que el exceso de la raíz cúbica de la edad que tendrá dentro de 3 años sobre la raíz cúbica de la edad que tuvo hace 4 años es igual a 1 año
- a) 24 b) 61 c) 122 d) 8 e) 5
24. Hallar un número tal que el exceso del triple de el sobre 5 equivale al cuadrado del exceso del número sobre cinco
- a) 8 b) 9 c) 10 d) 12 e) 15
25. La suma de los cuadrados de 3 números naturales consecutivos es igual a la suma de los cuadrados de los siguientes 2 consecutivos. ¿Cuál es el menor?
- a) 10 b) 12 c) 8 d) 9 e) 13
26. Timo da a Edy tantos céntimos como soles que tiene en su bolsillo y se queda con S/. 396. ¿Cuánto soles tenía en el bolsillo?
- a) 380 b) 400 c) 410 d) 420 e) 350
27. Al vender un artículo pensé en ganar la mitad de lo que me costo, pero al momento de vender tuve que rebajar la mitad de lo que pensé ganar, por lo que gané S/. 600 menos de lo que me costó. ¿Cuánto me costó?
- a) 800 b) 1000 c) 1200 d) 400 e) 900
28. En una reunión se cuentan tantos caballeros como 3 veces el número de damas. Si luego se retiran 8 parejas, el número de caballeros que aún quedan es igual a 5 veces el número de damas. ¿Cuántos caballeros había al inicio?
- a) 46 b) 45 c) 44 d) 48 e) 49

29. Un litro de leche pura pesa 1030 gr. Cierta mañana se compro 8 litros que solo pesaron 8180 gr. ¿Cuántos litros de agua contiene?
a) 1,5 b) 2 c) 4 d) 3 e) 2,5
30. En un congreso si los integrantes se sientan de 3 en 3 sobrarían 4 bancos y si se sientan de 2 en 2, se quedarían de pie 18. ¿Cuántos son los integrantes?
a) 76 b) 78 c) 84 d) 81 e) 72
31. Al comprar 11 cuadernos y 9 lapiceros gasté S/. 910. Si hubiera comprado 9 cuadernos y 11 lapiceros habría gastado S/. 890. ¿Cuál es el costo de 2 cuadernos y 3 lapiceros?
a) 220 b) 180 c) 240 d) 280 e) 260
32. Con S/. 3125 se pueden hacer tantos montones de monedas de S/. 5 como monedas tenga cada montón. ¿Cuál es valor de cada montón?
a) 100 b) 150 c) 140 d) 180 e) 125
33. En un zoológico por cada mono hay 3 tigres y por cada tigre hay 4 leones. Si en total se han contado 320 extremidades de animales. ¿Cuántos monos hay?
a) 4 b) 5 c) 6 d) 3 e) 8
34. Tania tenía 90 huevos y vendió 8 veces más de los que no vendió. ¿Cuántos huevos representan la tercera parte de los huevos que le quedan?
a) 4 b) 6 c) 8 d) 9 e) 3
35. La cabeza de un pescado mide 20 cm, la cola mide tanto como la cabeza más medio cuerpo y el cuerpo tanto como la cabeza y la cola juntas. ¿Cuál es la longitud del pescado en metros?
a) 1,8 b) 1,6 c) 2 d) 2,5 e) 1,4

36. Un profesor dicta una ecuación de segundo grado a sus alumnos; uno de estos se equivoca al escribir el término independiente y obtiene como soluciones a 8 y 2. Otro alumno se equivoca en el término de primer grado y obtiene como solución -7 y -3 . ¿Cuál fue la ecuación dictada?

- a) $x^2 + 21x - 10 = 0$
- b) $x^2 + 10x + 21 = 0$
- c) $x^2 + 10x + 16 = 0$
- d) $x^2 - 10x - 18 = 0$
- e) $x^2 - 10x + 21 = 0$

CLAVE DE RESPUESTAS

1. c	2. c	3. b	4. c	5. d	6. a	7. a	8. c	9. b	10. c
11. d	12. b	13. a	14. a	15. a	16. d	17. a	18. a	19. c	20. b
21. c	22. e	23. e	24. c	25. a	26. b	27. a	28. d	29. e	30. b
31. a	32. e	33. b	34. e	35. b	36. b				

PROBLEMAS DE EDADES

Los problemas de edades son un tipo particular de planteo de ecuaciones las cuales están relacionadas con años de existencia y tiempo en pasado, presente y futuro.

Casos I.-

Cuando se tiene una sola persona:

Pasado Hace “a” años.	Presente	Futuro Dentro de “a” años.
$x - a$	x	$x + a$

Casos II.-

Cuando se tiene dos personas:

	Pasado Hace “a” años.	Presente	Futuro Dentro de “a” años
Yo	$y - a$	y	$y + a$
Tu	$x - a$	x	$x + a$

Para este cuadro se cumple lo siguiente:

La diferencia de edades de dos personas es constante en cualquier tiempo; es decir:

$$(y - a) - (x - a) = y - x = (y + a) - (x + a) = k \text{ (constante).}$$

La suma en aspa de los valores extremos simétricos son iguales; es decir:

1. $(y - a) + x = (x - a) + y$
2. $y + (x + a) = x + (y + a)$

Relaciones con el año de nacimiento:

1. Si la persona ya cumplió años, se tiene:

$$\text{Año de nacimiento} + \text{Edad actual} = \text{Año actual}$$

2. Si la persona aun no cumple años, se tiene:

$$\text{Año de nacimiento} + \text{Edad actual} = \text{Año actual} - 1$$

3. En general para un año diferente al actual (año de referencia)

$$\text{Año de nacimiento} + \text{Edad de referencia} = \text{Año de referencia}$$

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Pedro tiene 47 años y Jesús 32 años. ¿Cuántos años hace que la edad de Pedro fue el cuádruplo de la de Jesús?

- a) 21 años b) 25 años c) 27 años d) 30 años e) 32 años

Solución:

Realizando el cuadro correspondiente:

	Hace "x" años	Edades actuales
Pedro	$47 - x$	47
Jesús	$32 - x$	32

Del enunciado del problema:

$$47 - x = 4(32 - x)$$

$$47 - x = 128 - 4x$$

$$4x - x = 128 - 47$$

$$3x = 81$$

$$x = 27$$

∴ Hace 27 años la edad de Pedro era el cuádruplo de Jesús.

2. Algebrandito tenía, en 1988, tantos años como el producto de las dos últimas cifras del año de su nacimiento. ¿Cuál es la suma de cifras de la edad que tenía en 1980?

- a) 6 b) 4 c) 5 d) 7 e) 8

Solución:

Sea:

$$\overline{19ab} = \text{año de su nacimiento}$$

Su edad en 1988 es igual a:

$$1988 - \overline{19ab} = a.b$$

Resolviendo:

$$1900 + 88 - 1900 - \overline{ab} = a.b$$

$$10a + b + a.b = 88$$

$$10a + b + a.b = 10(6) + 4 + 6(4)$$

Comparando se tiene:

$$a = 6 \text{ y } b = 4$$

Entonces nació en el año 1964.

Edad en 1980

$$1980 - 1964 = 16$$

$$\therefore \text{Suma de cifras} = 1 + 6 = 7$$

3. Actualmente nuestras edades suman el doble de lo que tenía mi abuelo en el año 1982. Además ocurre que yo tengo la edad que tú tenías cuando yo tenía la edad que tú tuviste, cuando yo tuve la tercera parte de la edad que tengo ahora. ¿Qué edad tienes actualmente?

Observación: el abuelo nació en 1912.

- a) 32 b) 80 c) 74 d) 48 e) 90

Solución:

Datos:

	TUVIMOS	TENIAMOS	TENEMOS
YO	x	2x	3x
TÚ	2x	3x	4x

Edad del abuelo en 1982

$$1982 - 1912 = 70 \text{ años.}$$

Suma de las edades actuales

$$7x = 2(70)$$

$$x = 20$$

$$\therefore \text{Tu edad actual} = 4(20) = 80 \text{ años}$$

4. Cuando yo tenía lo que te falta a ti actualmente para tener el doble de mi edad, tú tenías la mitad de la edad que yo tendré cuando tú tengas lo que me falta a mi actualmente para tener 70 años. Si la suma de nuestras edades actuales es 50, calcular la diferencia de nuestras edades dentro de 38 años.

- a) 6 años b) 8 años c) 5 años d) 12 años e) 10 años

Solución:

Realizando el cuadro correspondiente:

	PASADO	PRESENTE	FUTURO1	FUTURO2
YO	x	2y	2y + x	<u>2y + 20</u>
TÚ	<u>y + 10</u>	50 - 2y	4y	70 - 2y

Sumando en aspa:

$$4y + x = 3y + x + 10$$

$$4y - 3y = 10$$

$$y = 10$$

Mi edad = 20 años, Tú edad = 30 años

La diferencia de las edades siempre es lo mismo, por lo tanto, no es necesario sumarle 38 a las edades actuales.

∴ Tú edad - Mi edad = 30 - 20 = 10 años.

5. Cuando él nació yo tenía la edad que tú tienes, que a su vez es la edad que él tendrá cuando tú tengas 20 años y yo el doble de lo que tienes. ¿Qué edad tienes, si él tiene la edad que yo tenía cuando tú naciste, y en ese entonces mi edad era 5 años menos que tú edad actual?

- a) 5 años b) 10 años c) 15 años d) 18 años e) 20 años

Solución:

	CUANDO TU NACISTE	CUANDO EL NACIÓ	NUESTRAS EDADES ACTUALES	CUANDO TENGAS 20 AÑOS
YO	<u>x - 5</u>	x	3x - 20	2x
TÚ	0	20 - x	x	20
ÉL	----	0	<u>2x - 20</u>	x

Luego:

$$2x - 20 = x - 5$$

$$2x - x = 20 - 5$$

$$x = 15$$

∴ Tú tienes 15 años

6. Cuando yo tenía 1 año menos de la edad que tú tienes, tú tenías 5 años menos de la edad que yo tengo, pero cuando tengas la edad que yo tengo, nuestras edades sumarán 110 años. ¿Qué edad tienes?

- a) 57 b) 56 c) 58 d) 52 e) 54

Solución:

	tenía	tengo	tengas
yo	$y - 1$	x	$110 - x$
tú	$x - 5$	y	x

del cuadro

$$\begin{cases} y - 1 - x = x - 5 - y \\ 110 - x - x = x - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 2y = 4 \\ 3x - y = 110 \end{cases}$$

de donde $y = 52$

7. Hace 2 años tenía el cuádruple de tu edad, dentro de 8 años tendré 30 veces la edad que tú tenías cuando yo tenía la edad que tú tendrás dentro de 9 años. ¿Qué edad tengo?

- a) 20 b) 19 c) 18 d) 22 e) 23

Solución:

	-2	Actual	+8	tenia	+9
Yo	$4(y - 2)$	x	$30z$	$y + 9$	
Tú	$y - 2$	y		z	$y + 9$

del cuadro

$$x + 8 = 30z$$

$$x - 2 = 4(y - 2) \Rightarrow y = \frac{x - 2}{4} + 2$$

$$y + 9 - x = z - y \Rightarrow z = 2y - x + 9$$

de donde $x + 8 = 30\left(2\left(\frac{x-2}{4} + 2\right) - x + 9\right)$

$\therefore x = 22$

8. Las edades de tres hermanos hace 2 años estaban en La misma relación que 3,4y5, dentro de 2 años será como 5, 6 y 7. ¿Que edad tiene el mayor?

Solución:

	PASADO	PRESENTE	FUTURO
A	3x	3x + 2	3x + 4
B	4x	4x + 2	4x + 4
C	5x	5x + 2	5x + 4

Por datos:

$$\frac{3x + 4}{5} = \frac{4x + 4}{6} = \frac{5x + 4}{7}$$

Para encontrar el valor de "x" basta considerar 2 expresiones cuales quiera.

$$\frac{3x + 4}{5} = \frac{4x + 4}{6}$$

$$\begin{aligned} 6(3x + 4) &= 5(4x + 4) \\ 18x + 24 &= 20x + 20 \\ 2x &= 4 \\ X &= 2 \end{aligned}$$

Donde la edad del mayor es:

$$5x + 2 = 5(2) + 2 = 12 \text{ años}$$

9. La suma de las edades de los 45 alumnos de una sección es un número múltiplo de 17. Hallar el menor valor que puede tomar la edad del primero de ellos; si las edades están dadas por números consecutivos.

- a) 12 b) 10 c) 14 d) 16 e) 8

Solución:

Si es número consecutivo el planteamiento será:

$$a; a + 1; a + 2; a + 3; a + 4; a + 5; \dots \dots \dots ; a + 44 = 17$$

Empleamos suma de términos de una progresión aritmética:

$$S_n = \left(\frac{a_1 + a_n}{2} \right) \cdot n$$

Sustituyendo: $S_n = \left(\frac{a + (a + 44)}{2} \right) \cdot 45$

$$17 = \left(\frac{2a + 44}{2} \right) \cdot 45$$

$$17 = (a + 22) \cdot 45$$

$$a + 22 = 17$$

Por múltiplo: $17 \begin{cases} 17 \\ 34 \\ 51 \\ \dots \\ \dots \end{cases} \rightarrow 34 - 22 = 12..$

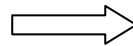
10. La edad de Arnaldo será dentro de 38 años un cuadrado perfecto y hace 4 años su edad era la raíz cuadrada de este cuadrado. ¿Qué edad tendrá dentro de 9 años?

- a) 40 años b) 29 años c) 30 años d) 19 años e) 20 años

Solución:

Edad de Arnaldo: X años

- Por datos: $\begin{cases} x + 38 = K^2 \\ x - 4 = K \end{cases}$



$$\begin{cases} x + 38 = k^2 \\ -x + 4 = -k \end{cases} \rightarrow \begin{array}{r} x + 38 = k^2 \\ -x + 4 = -k \\ \hline 42 = k^2 - k \\ 7.6 = k(k-1) \end{array}$$

- * Restando
- * De donde : $K = 7$
- * Edad de Arnaldo : $X = 49 - 38 = 11$ años
- * Edad pedida: $11 + 9 = 20$ años

11. Cuando tenía $\frac{1}{7}$ de la edad que tengo terminé mi primaria; cuando tenía $\frac{1}{4}$ de la edad que tengo ingresé a la universidad y cuando tenía $\frac{1}{3}$ de la edad que tengo me casé. ¿A qué edad ingresé a la universidad?

- a) 19 años b) 20 años c) 21 años d) 24 años e) más de 24 años

Solución:

Edad que tengo: X años

- Normalmente los datos mencionados se dan en números enteros de años.
- Luego:

$$\frac{1}{7}.X = N^{\circ} \text{ enteros}$$

$$* \text{ Donde: } \frac{1}{7}.X \Rightarrow X = 7$$

$$\frac{1}{4}.X = N^{\circ} \text{ enteros}$$

$$\Rightarrow X = 4$$

$$\frac{1}{3}.X = N^{\circ} \text{ enteros}$$

$$\Rightarrow X = 3$$

- De donde: $X = 7 \cdot 4 \cdot 3 = 84$ años
- Ingresé a la universidad a los: $\frac{1}{4} \cdot 84 = 21$ años

12. En 1980 la edad de Iván fue 4 veces la edad de Manuel y en 1986 la edad de Manuel fue la mitad de la edad de Iván. ¿ Cuántos años cumplió Iván el año 2000?

- a) 20 años b) 24 años c) 28 años d) 30 años e) 32 años

Solución:

	1980	1986
Iván	4x	4x +6
Manuel	x	x + 6

$$\begin{aligned}
 * \text{ Por datos: } x + 6 &= \frac{4x + 6}{2} \\
 2x + 12 &= 4x + 6 \\
 12 - 6 &= 4x - 2x \\
 X &= 3 \text{ años}
 \end{aligned}$$

*La edad de Iván en 1980: $\Rightarrow 4x = 4(3) = 12$ años

*Edad de Iván en el 2000: $\Rightarrow 12 + 20 = 32$ años

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Dentro de cinco más ocho años, Salvajito tendrá ocho veces la edad que tenía hace 8 años. ¿Cuál será su edad dentro de ocho más ocho años?
a) 27 años b) 28 años c) 29 años d) 26 años e) 25 años
2. Si al doble de la edad que tendré dentro de 2 años, le resto el doble de la edad que tenía hace 2 años, se obtiene la edad que tengo. ¿Qué edad tendré dentro de 2 años?
a) 12 años b) 14 años c) 20 años d) 15 años e) 10 años

3. Los $\frac{5}{7}$ de la edad de una persona menos 4 años, es igual a la edad que tenía hace 12 años. ¿Cuál era su edad hace 12 años?
 a) 14 años b) 18 años c) 16 años d) 20 años e) 22 años
4. Laura al ser interrogada por su edad responde: "Si al año en que cumplí 14 años le suman el año en que cumpliré 23 años y, sí a este resultado le restan la suma del año en que nací con el año actual, obtendrán 19". ¿Cuál es la edad de Laura?
 a) 18 años b) 23 años c) 19 años d) 16 años e) 22 años
5. Hace 3 años, la edad de un hijo se diferenciaba de la edad de su padre en el doble de su edad, y de la edad de su hermano menor en la mitad de su edad. Si dentro de 7 años el menor tendrá la edad que tiene su hermano mayor, calcule la edad que tiene el hermano mayor.
 a) 17 años b) 18 años c) 16 años d) 19 años e) 20 años
6. Alfredo nació en el presente siglo y en este año cumplirá tantos años como la suma de cifras, del año en que nació y el año actual. ¿Cuál será la edad actual de Arturo, si este año cumple tanto como la quinta parte del producto de cifras del año de nacimiento de Alfredo? Observación: Considerar año actual 1995.
 a) 27 años b) 25 años c) 23 años d) 19 años e) 30 años
7. Rosa le dice a Roxana: "Yo tengo el uno por nueve más de la edad que tú tenías cuando yo tenía la edad que tú tienes. Si tuvieras la edad que yo tengo, la suma de nuestras edades sería 41 años". ¿Cuál es la diferencia de edades de Rosa y Roxana?
 a) 2 años b) 3 años c) 1 año d) 4 años e) 5 años
8. La edad de Juan es $\frac{1}{6}$ de la edad de su padre. La edad del padre dividida por 2; 3; 4; 6 y 8 da de residuo 1; pero al dividirla por 5 da de residuo cero. ¿Qué edad tiene Juan, si no es mayor que yo, que tengo 90 años?
 a) 4 años b) 3 años, 2 meses c) 4 años y 2 meses d) 4 años y 6 meses e) 3 años y 6 meses
9. Le preguntaron a un individuo por su edad y él responde: "Mi edad, más dos veces mi edad, más tres veces mi edad y así sucesivamente hasta tantas veces mi edad como la edad que tengo, suman en total 4200". Hallar la edad de dicho individuo.
 a) 20 años b) 25 años c) 16 años d) 24 años e) 18 años

10. Hace 10 años tenía la mitad de la edad que tendré dentro de 8 años. Si tú naciste cuando yo tenía 15 años, ¿Cuál será la suma de nuestras edades cuando yo tenga el doble de la edad que tuve hace 11 años?
a) 53 años b) 62 años c) 36 años d) 57 años e) 72 años
11. Se le pregunto su edad a Carmen y contesta: "tomen 5 veces los años que tendré dentro de 4 años y réstenle 5 veces los años que tenía hace 4 años y resultará exactamente mi edad actual". ¿Qué edad tiene Carmen?
a) 40 b) 41 c) 42 d) 43 e) 44
12. Un padre tiene 24 años más que su hijo. Determinar sus edades actuales, sabiendo que dentro de 8 años la edad del padre es el doble que la del hijo.
a) 15;42 b) 16;40 c) 17;41 d) 16;42 e) 17;40
13. Hallar las edades de Ana y Bety, si sabemos que la edad de Ana es el triple de la de Bety y dentro de 20 años la edad de Ana será el doble de la que tenga Bety.
a) 61;23 b) 60;22 c) 60;20 d) 62;22 e) 62;24
14. Hallar las edades de Beto y Coco, si hace 5 años Coco tenía el quíntuplo de la edad que tenía Beto y dentro de 10 años Coco tendrá el doble de la edad que tenga Beto.
a) 9;25 b) 9;28 c) 10;25 d) 10;30 e) 10;32
15. Hace 12 años la edad de Marilú era 8 veces la edad d Carmen, dentro de 12 años su edad será sólo el doble de la edad que tenga Carmen. Hallar ambas edades actuales.
a) 15;42 b) 15;40 c) 16;42 d) 16;40 e) 16;44
16. Jorge y su abuela tenían en 1928 tantos años como indicaban las 2 últimas cifras del año de su nacimiento. ¿Cuál era la edad de la abuela, cuando nació Jorge?
a) 50 b) 51 c) 52 d) 53 e) 54
17. Un hombre nacido en la primera mitad del siglo XIX, tenía "x" años en el año x^2 . Entonces él nació en:
a) 1805 b) 1806 c) 1807 d) 1808 e) 1809
18. Lita nació en $\overline{19ab}$ y en $\overline{19ba}$ tenía $(a+b)$ años. ¿Qué año será cuando cumpla $(2a+8b)$ años.
a) 1900 b) 1991 c) 1992 d) 1993 e) 1994
19. Ana tiene un año menos que Bety y Bety un año menos que Carmen. Si al cuadrado de la edad de Carmen se resta el cuadrado de la edad de Bety, la diferencia es 11 años menos que los $\frac{17}{5}$ de la edad de Ana. Hallar la edad de Bety.
a) 9 b) 10 c) 11 d) 12 e) 13

20. Pedro tiene 80 años su edad es el doble de la que tenía Elvira cuando Pedro tenía la edad que tiene Elvira. ¿Qué edad tiene Elvira?
 a) 56 b) 57 c) 58 d) 59 e) 60
21. El tiene la edad que ella tenía cuando el tenía la tercera parte de la edad que ella tiene. Si ella tiene 18 años más de lo que él tiene. ¿Cuántos años tiene él?
 a) 36 b) 37 c) 38 d) 39 e) 40
22. Yo tengo 10 años más que tú; cuando yo tenía 28 años menos del doble de la edad que tú tienes, tú tenías 28 años menos de la edad que tengo. ¿Qué edad tengo?
 a) 29 b) 30 c) 31 d) 32 e) 33
23. Juan le dice a Pedro: “yo tengo el triple de la edad que tenías, cuando yo tenía la edad que tu tienes, pero cuando tú tengas la edad que yo tengo, entonces la suma de nuestras edades será 42 años”. Hallar la edad de Juan.
 a) 15 b) 16 c) 17 d) 18 e) 19
24. Lolo nació en noviembre y el 10 de diciembre tiene una edad igual al N° de días transcurridos del primero de noviembre al día de su nacimiento e igual al N° de días transcurridos desde el día de su nacimiento. ¿En que fecha nació Lolo?
 a) 15 de octubre b) 18 de octubre c) 15 de noviembre d) 18 de noviembre
 e) 20 de noviembre
25. Pablo en el mes de Junio resta a los meses que ha vivido los años que tiene y obtiene 445, en que mes nació Pablo.
 a) agosto b) setiembre c) octubre d) noviembre e) diciembre
26. En 1920 la edad de Paty era 4 veces la edad de Beto, en 1928 la edad de Paty fue el doble de la de Beto. ¿Cuál fue la edad de Paty en 1980?
 a) 76 b) 77 c) 78 d) 79 e) 80
27. Hallar las edades de Ana, Bertha y Camila, si su suma es 39, además la edad de Bertha excede al doble de la edad de Camila en 6 y la edad de Ana es igual al doble de la edad de Bertha.
 a) 24;11;3 b) 24;12;3 c) 23;11;2 d) 23;10;4 e) 22;11;4
28. Hallar la edad actual de María sabiendo que la tercera parte de la edad que tuvo el año pasado es mayor que 24 y que la cuarta parte de su edad el próximo año es menor que 19.
 a) 72 b) 73 c) 74 d) 75 e) 76
29. La edad de Beto es el doble de la de Katy y hace 15 años la edad de Beto era el triple de la edad de Katy. ¿Qué edad tiene Katy?
 a) 25 b) 30 c) 28 d) 24 e) 32

- 30.** Halla la edad de un abuelo sabiendo que es igual al cuádruple de la suma de las edades de sus tres nietos y dentro de 36 años será igual a dicha suma.
 a) 98 b) 96 c) 94 d) 92 e) 90
- 31.** La edad de una persona será dentro de 3 años un cuadrado perfecto., pero hace 3 años era la raíz de ese cuadrado. ¿Qué edad tiene?
 a) 5 b) 6 c) 8 d) 9 e) 13
- 32.** Hace 2 años tenía el cuádruple de tú edad, dentro de 8 años tendré 30 veces la edad que tú tenías cuando yo tenía la edad que tú tendrás dentro de 9 años. ¿Qué edad tengo?.
 a) 20 b) 19 c) 18 d) 22 e) 23
- 33.** Martha tiene 24 años y su edad es el doble de la que tenía Bety, cuando Martha tenía la edad que ahora tiene Bety. ¿Cuántos años tiene Bety?
 a) 24 b) 22 c) 20 d) 16 e) 18
- 34.** El año que nació Rosa representa el cuadrado de su edad en 1892. ¿Cuál era su edad en 1875?
 a) 26 b) 49 c) 43 d) 25 e) 24
- 35.** Si 3 veces la edad de mi hermano es 2 veces mi edad, y hace 3 años 3 veces su edad era la mía. ¿Cuántos años tengo?
 a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) 9

CLAVE DE RESPUESTAS

1. a	2. e	3. c	4. a	5. a	6. a	7. c	8. c	9. a	10. a
11. a	12. b	13. c	14. d	15. e	16. a	17. b	18. d	19. c	20. e
21. a	22. b	23. d	24. e	25. d	26. a	27. b	28. c	29. b	30. b
31. b	32. d	33. e	34. a	35. b					

PROBLEMAS DE MOVILES

Los problemas de móviles son un tipo particular de planteo de ecuaciones las cuales están relacionadas con el movimiento rectilíneo uniforme (MRU) es decir abordaremos, movimientos cuya trayectoria es rectilínea, en la cual el móvil recorre espacios iguales en tiempos iguales, siendo su velocidad constante.

ELEMENTOS DEL MOVIMIENTO

Móvil.- Es el cuerpo que realiza el movimiento.

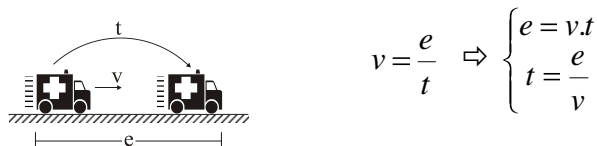
Trayectoria.- Es la línea recta o curva que describe el móvil.

Espacio (e).- Es la longitud de la trayectoria.

Desplazamiento.- Es el vector que une la posición inicial con la posición final.

Distancia.- Es el valor absoluto del desplazamiento.

Velocidad (v).- Es el distancia que recorre un móvil en una unidad de tiempo.



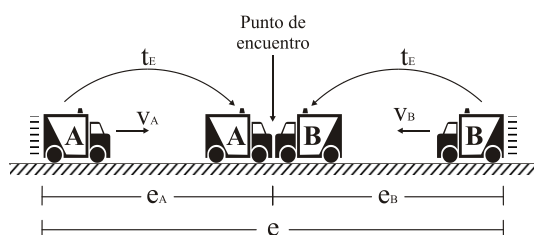
La velocidad puede ser expresada en: cm/s; m/s; km/s; pies/s.

MOVIMIENTOS SIMULTANEOS

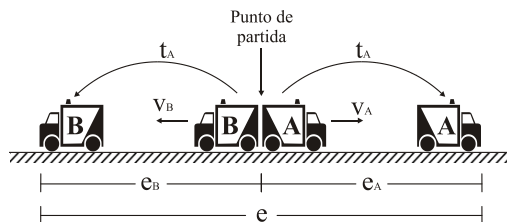
Se da cuando dos móviles inician o terminan sus movimientos al mismo tiempo, es decir sus tiempos son iguales. Tipos:

1. Movimiento en sentido opuesto.

a) Al encuentro



b) Alejamiento

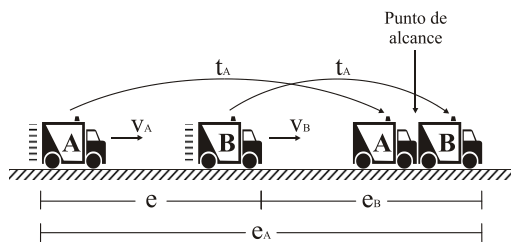


El tiempo de encuentro (t_E) o tiempo de alejamiento (t_A) esta dado por:

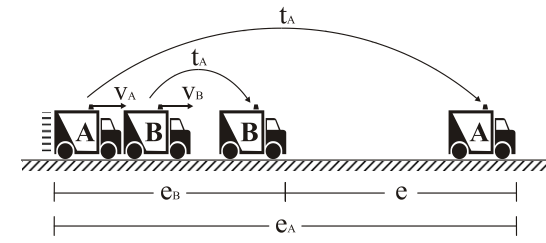
$$t_E = t_A = \frac{e}{V_A + V_B}$$

2. Movimiento en el mismo sentido.

a) Alcance



b) Alejamiento



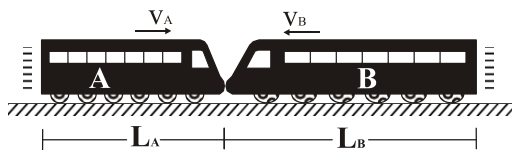
El tiempo de alcance o tiempo de alejamiento (t_A) esta dado por:

$$t_E = t_A = \frac{e}{V_A - V_B}; \text{ Donde: } V_A > V_B$$

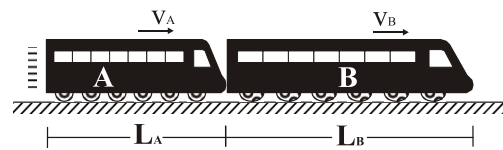
TIEMPO DE CRUCE

1. Para dos móviles en movimiento

a) En sentido opuesto



b) En el mismo sentido



El tiempo de cruce esta dado por:

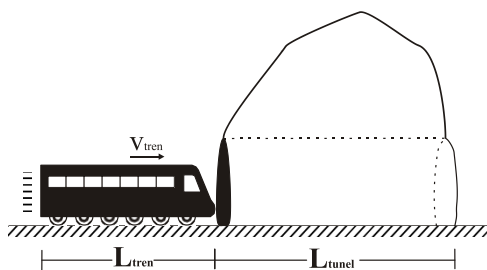
$$t_{cruce} = \frac{L_A + L_B}{V_A + V_B}$$

El tiempo de cruce esta dado por:

$$t_{cruce} = \frac{L_A + L_B}{V_A - V_B}; V_A > V_B$$

2. Para un móvil en movimiento y otro en reposo

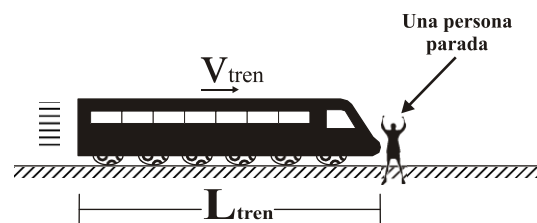
a)



El tiempo de cruce esta dado por:

$$t_{cruce} = \frac{L_{tren} + L_{tunel}}{V_{tren}}$$

b)



El tiempo de cruce esta dado por:

$$t_{cruce} = \frac{L_{tren}}{V_{tren}}$$

VELOCIDAD PROMEDIO

Es la rapidez uniforme con la que un móvil se desplaza sobre una trayectoria.

$$V_P = \frac{E_{Total}}{T_{Total}} ; \text{ Donde: } E_{Total} : \text{Espacio total recorrido.}$$

T_{Total} : Tiempo total empleado.

PROBLEMAS RESUELTOS

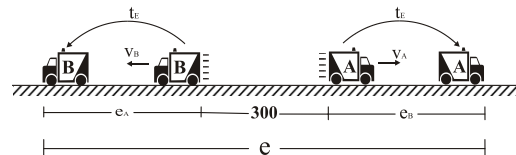
1. Dos móviles están separados por 300 m y avanzan en sentidos contrarios, separándose cada vez más con velocidades de 10 y 15 m/s respectivamente. ¿En qué tiempo estarán separados 10 500 m?

- a) 416s b) 410s c) 408s d) 396s e) 398s.

Solucion:

Se tiene, tiempo de alejamiento,

$$t_A = \frac{e}{V_A + V_B},$$



Por otro lado, como están separados inicialmente por 300m, el espacio que recorrerán es $e = 10500 - 300 = 10200\text{m}$, luego reemplazando valores en la ecuación, se tiene:

$$t_A = \frac{e}{V_A + V_B} = \frac{10200}{10 + 15} = 408$$

En consecuencia, los móviles estarán separados 10500 en 408 s.

2. Dos automóviles que se encuentran en un circuito cerrado, parten simultáneamente de un punto en sentidos diferentes. Si uno da una vuelta en 4800 seg., y el otro en 100min1200seg. ¿Cada qué tiempo se encontraran dichos móviles?

- a) 46min.30seg. b) 40min.480seg. c) 48min.16seg. d) 47min. e) 48min.420seg.

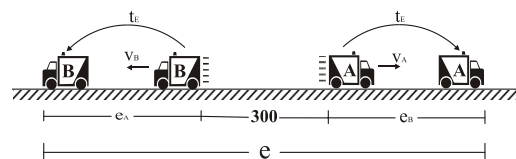
Solucion:

- Para uno de los automóviles se tiene:

$$t = 4800\text{seg.} \approx 80\text{min.}$$

$$\text{Entonces, } v_1 = \frac{e}{80}$$

- Para el otro de los automóviles se tiene: $t = 100\text{min.}1200\text{seg.} \approx 120\text{min.}$



Entonces, $v_2 = \frac{e}{120}$

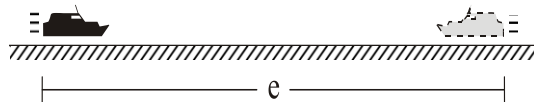
Además, se tiene que tiempo de encuentro: $t_E = \frac{e}{v_1 + v_2}$, reemplazando valores:

Se tiene: $t_E = \frac{e}{\frac{e}{80} + \frac{e}{120}} \rightarrow t_E = 48 \text{ min.} \approx 40 \text{ min.} 480 \text{ seg.}$

3. La velocidad de un bote de ida es 20km/h; cuando va de regreso (contra la corriente) logra una velocidad de 15km/h. Hallar la distancia de Iquitos a Nauta, si de ida demora 5 horas menos que de regreso.

- a) 500km b) 150km c) 225km d) 300km e) 350km

Solucion:



La velocidad de ida es: $v_I = 20 \text{ km/h}$

La velocidad de regreso es: $v_R = 15 \text{ km/h}$

Ademas,

Tiempo de ida, $t_I = x - 5$.

Tiempo de regreso, $t_R = x$.

Luego, tenemos que, $e = v.t$, entonces;

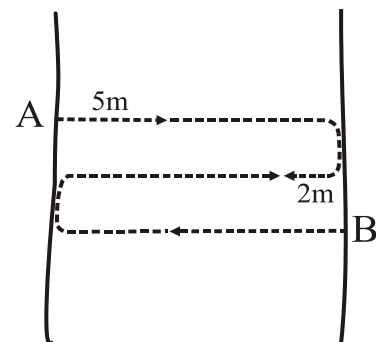
$$v_I \cdot t_I = v_R \cdot t_R$$

$$20(x - 5) = 15x; \text{ Entonces } x = 20$$

Así, $e = v.t = v_R \cdot t_R = (15 \text{ km/h})(20 \text{ h}) = 300 \text{ km}$

4. Dos nadadores se lanzan simultáneamente al encuentro, de las orillas de un río. Se cruzan 5m de la orilla más cercana. Continúan nadando hasta la otra orilla y sin perder el tiempo vuelven, encontrándose esta vez a 2m de la otra orilla. Calcular el ancho del río.

- a) 13 b) 20 c) 17 d) 12 e) 15



Solucion:

Hasta el primer encuentro, entre ambos cubren un ancho del río. Veamos el gráfico. De la partida hasta el segundo encuentro cubrieron entre ambos 3 anchos del río. Se concluye que de la partida hasta el segundo encuentro han recorrido cada uno el triple

de lo que han recorrido hasta el primer encuentro. Entonces el nadador A recorrió: $5 \times 3 = 15\text{m}$ hasta el segundo encuentro. Por lo tanto el ancho del río es $15 - 2 = 13\text{m}$

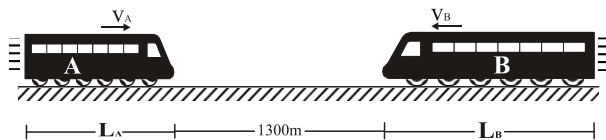
5. Dos trenes de 80 y 120m de longitud van hacia el encuentro con velocidades de 25 y 35 m/s; siendo la distancia entre sus partes delanteras de 1 300m. ¿Después de que tiempo lograrán cruzarse completamente?

- a) 24s b) 30s c) 32s d) 25s e) 28s

Solución:

De la figura, los trenes primeramente tienen que recorrer los 1300m que los separa, es decir va haber un tiempo de encuentro:

$$t_E = \frac{e}{V_1 + V_2} = \frac{1300}{25 + 35} = \frac{65}{3} s$$



y después recién se cruzarán

$$t_{cruce} = \frac{L_A + L_B}{V_A + V_B} = \frac{80 + 120}{25 + 35} = \frac{10}{3} s$$

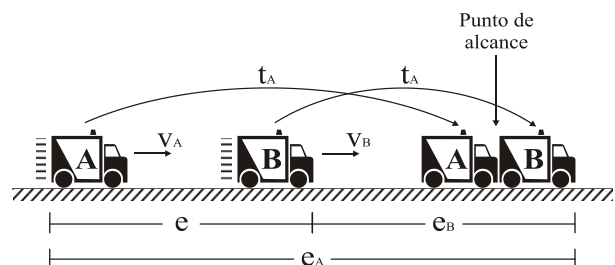
Luego, el tiempo que demoran en cruzarse completamente es,

$$\frac{65}{3} s + \frac{10}{3} s = 25s$$

6. Pedro parte de la ciudad A y viaja hacia la ciudad B. Marco hace lo mismo 4 horas después que parte Pedro, pero a una velocidad mayor que la de Pedro en 15km/h y lo encuentra al cabo de 12 horas y a 80km de B. Hallar la distancia entre las dos ciudades.

- a) 260 km b) 800 km c) 600 km d) 340 km e) 420 km

Solución:



1º el espacio (e) recorrido por Pedro

Antes de la partida de Marco, considerando la velocidad de Pedro, $V_B = x$, es $e = 4x$

2º Cuando Marco parte.

Luego, la velocidad de Marco es;

$$V_A = x + 15$$

Y tiempo de alcance, $t_A = 12$ horas

Luego,

$$t_A = \frac{e}{V_A - V_B}, \text{ reemplazando, } 12 = \frac{4x}{x + 15 - x} \Rightarrow x = 45 \text{ km/h, que sería la velocidad}$$

de Pedro.

Reemplazando el valor de x, se tiene:

$$\begin{array}{ccccccc} | & & | & & | & & | \\ \hline & A & & 4x & & 12x & & 80\text{km} & B \\ & & & 4(45)=180\text{km} & & 12(45)=540\text{km} & & & \end{array}$$

Por lo tanto, la distancia de A a B es 800km.

7. Los $\frac{2}{3}$ de un camino se recorrieron en bicicleta a 32km/h y el resto a pie, a razón de 4km/h, tardando en total 7,5 h. ¿Cuál fue la longitud recorrida en km?

- a) 120 b) 240 c) 72 d) 96 e) 80

Solucion:

Sea x el distancia total, luego

El espacio recorrido en bicicleta, $e_B = \frac{2x}{3}$

$$\left| \begin{array}{c} \text{Tramo en Bicicleta} \\ \text{A pie} \end{array} \right|$$

y la velocidad es $v_B = 32\text{km/h}$

$$\frac{2x}{3} \qquad \frac{x}{3}$$

Entonces, el tiempo para este tramo en bicicleta es, $t_B = \frac{e_B}{v_B} = \frac{\frac{2x}{3}}{32} = \frac{x}{48} \dots (I)$

Además, el espacio recorrido a pie, $e_P = \frac{x}{3}$, y, la velocidad es $v_P = 4\text{km/h}$, entonces, el

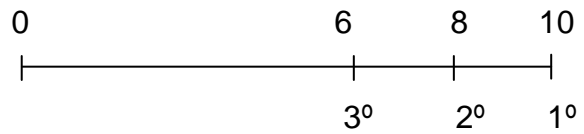
tiempo para este tramo a pie es, $t_P = \frac{e_P}{v_P} = \frac{\frac{x}{3}}{4} = \frac{x}{12} \dots (II)$

Luego, sumando (I) y (II): $\frac{x}{48} + \frac{x}{12} = 7,5 \Rightarrow x = 72 \text{ km}$

8. En una carrera de 10km el primero vence a la segundo por 2km y al tercero por 4km. Si los corredores mantienen velocidades constantes durante toda la carrera ¿Por cuántos kilómetros vence el segundo al tercero?

- a) 2km b) 2.3km c) 2.4km d) 2.6km e) 2.5km

Solución:



De la gráfica, vemos que el 2º corredor, en 8km le saco una ventaja de 2km al 3º corredor, esto es;

$$8\text{km} \rightarrow 2\text{km} \dots(I)$$

Pero como al 2º corredor aun le falta 2km por recorrer para llegar a la meta, y considerando que la velocidad es constante en toda la carrera, se tiene de (I);

$$2\text{km} \rightarrow \frac{1}{2} \text{ km}$$

Es decir, en los 2km faltantes el 2º corredor le va sacar una ventaja $\frac{1}{2}$ km más, Luego el 2º corredor la sacará en total una ventaja de 2.5km en toda la carrera.

9. Un tren tarda \$7s\$ en pasar por delante de un observador y \$27s\$ en pasar completamente por una estación de 300m de largo. ¿Cuál es la velocidad del tren?.

- a) 15m/s b) 12m/s c) 8m/s d) 16m/s e) 13m/s

Solución:

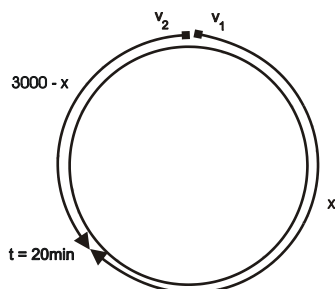
Sea l la longitud del tren, entonces

$$\begin{cases} v = \frac{l}{7} \\ v = \frac{l + 300}{27} \end{cases} \Rightarrow \frac{l}{7} = \frac{l + 300}{27}, \text{ de donde } l = 105\text{m, y } v = 15\text{m/s}$$

10. En una pista circular de 3000m, 2 atletas parten juntos en sentidos contrarios y se cruzan al cabo de 20min. Después de 5min. llega el mas veloz al punto de partida. ¿Cuál es la velocidad del más lento en m/min?

- a) 20 b) 30 c) 18 d) 24 e) 32

Solución:



$$v_1 = \frac{3000}{25} = 120m/\text{min}, \text{ Luego } x = 20v_1 = 2400m$$

$$\therefore v_2 = \frac{3000 - x}{20} = 30m/\text{min}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

- Un asaltante después de robar en un banco huye en un auto a razón de 80 km/h. Un policía empieza a perseguirlo después de 15 minutos. ¿A qué velocidad viajó el policía, si capturó al asaltante después de 50 minutos de persecución?

a) 110 km/h b) 120 km/h c) 100 km/h d) 160 km/h e) 104 km/h
- Un microbús parte de Ayacucho a las 6 a.m. y llega a Ica a las 4 p.m, otro parte de Ica a las 7 a.m y llega a Ayacucho a las 3 pm. si la distancia entre Ayacucho e Ica es 400 km. ¿A qué hora se encontraron por el camino?

a) 11 am. b) 1 p.m. c) 12 m d) 12:30 p.m. e) 12:15 p.m.
- Roberto nada en un río, a favor de la corriente a 76m/min. y cuando va en contra de la corriente a 28m/min. ¿A qué velocidad nadaría en una piscina?

a) 48m/min. b) 50m/min. c) 52m/min. d) 54m/min. e) 56m/min.
- Una persona ubicada entre dos montañas emite un grito y recibe el primer eco a los 1.5s y el siguiente a los 1,8s ¿Cuál es la separación entre las dos montañas? (considere velocidad del sonido en el aire igual a 340m/s).

a) 561m b) 420m c) 450m d) 1120m e) 570m
- Un automóvil parte de A hacia B, a la velocidad de 12 km/h, en el mismo instante un peatón sale de B hacia A con una velocidad de 4 km/h. En el momento del encuentro el peatón sube al automóvil y vuelve a su casa, mira el reloj y observa que ha tardado una hora menos en la vuelta que en la ida. ¿Cuántos km. mide la distancia AB?

a) 20 b) 36 c) 18 d) 24 e) 50
- Pepe viaja en auto de Tacna a Nazca demorándose 8 horas. Al regreso incrementa su velocidad en 10 km/h llegando en una hora menos. ¿Cuál será la distancia entre las dos ciudades de acuerdo a estos datos?

a) 540 km b) 570 km c) 560 km d) 550 km e) N.A.

7. Dos ciclistas, Ricardo y armando, disputan una carrera cuyo recorrido es 30km. Si Ricardo le da a Armando 6km de ventaja, llegan juntos a la meta, en cambio, si se le da 3km de ventaja él le ganaría por 10 minutos. ¿Cuál es la velocidad de Armando?
- a) 15Km/h b) 13Km/h c) 18Km/h d) 17Km/h e) 10Km/h
8. 3 aviones de un mismo punto parten a las 8:00 am, el primero regresa a la base cada hora y cuarto, el segundo cada $\frac{3}{4}$ de hora y el tercero cada 50 min. ¿A qué hora se encontrarán por primera vez en la base?
- a) 17 h 30' b) 15h30' c) 16h30' d) 17 h 20 e) 18h20'
9. Calcular el tiempo que un ómnibus que corre a 108 Km/h necesita para pasar un túnel cuya longitud es 420m, sabiendo que la longitud total del ómnibus es 30m.
- a) 15s b) 16s c) 18s d) 20s e) 12s
10. Un auto marcha durante 12h, si hubiera marchado una hora menos con una velocidad mayor en 5 Km/h, habría recorrido 5 Km. menos. ¿Cuál es su velocidad?
- a) 60Km/h b) 75Km/h c) 72Km/h d) 54Km/h e) 65Km/h
11. Los $\frac{2}{3}$ de un camino se recorrieron en bicicleta a 32 Km/h y el resto a pie a razón de 4 Km/h, tardando en total 7.5h. ¿Cuál fue la longitud total recorrida?
- a) 120 km b) 80Km c) 72Km d) 54Km e) 50Km
12. Un tren tarda 7s en pasar por delante de un observador y 27s en pasar completamente por una estación de 300m de largo. ¿Cuál es la velocidad del tren?
- a) 15m/s b) 12m/s c) 8m/s d) 16m/s e) 13m/s
13. En una pista circular de 3000m, 2 atletas parten juntos en sentidos contrarios y se cruzan al cabo de 20 min. Después de 5 min. llegan el mas veloz al punto de partida. ¿Cuál es la velocidad del más lento en m/min?
- a) 20m/min b) 30m/min c) 18m/min d) 24m/min e) 32m/min
14. Lolo dispara su rifle sobre un blanco, 2 segundos después de disparar escucha el sonido, si la velocidad del sonido es de 340 m/s y de la bala 510 m/s. ¿A qué distancia está el blanco?
- a) 460m b) 480m c) 520m d) 408m e) 450m

15. Dos hombres están separados por 300 m y avanzan en sentidos contrarios con velocidades de 10 y 15 m/s separándose cada vez mas. ¿En que tiempo estarán separados por 10500m?
 a) 410s b) 420s c) 350s d) 315s e) 408s
16. Un camino se puede recorrer en 5h con una velocidad en Km/h. El mismo camino se puede hacer en una hora menos aumentando a 1 Km/h la velocidad. ¿Cuál es la longitud del camino?
 a) 20Km b) 30Km c) 25Km d) 35Km e) 40Km
17. Un auto parte del km $\overline{a0b}$ a una velocidad de \overline{bb} , al cabo de cierto tiempo llega la Km $\overline{ab0}$. ¿Cuánto tiempo estuvo recorriendo el auto?
 a) 7/11h b) 9/11h c) 3/11h d) 1,5h e) 1h
18. Dos trenes con una longitud iguala 10 m pasan en sentido contrario, uno a la velocidad de 72 Km/h y el otro a 36 Km/h. ¿Cuántos segundos tardarán en cruzarse?
 a) 0.60s b) 0.70s c) 0.58s d) 0.67s e) 0.77s
19. Un tren parte de A a las 6am y llega a B alas 4pm; otro tren parte de B a las 7am y llega a A a las 3pm Si las distancia AB = 540 Km. ¿A qué hora se encontraran en el camino?
 a) 11am b) 1pm c) 10am d) 12pm e) 9am
20. Un Camión que va de una ciudad a otra, parte a las 9am y llega a los 2pm Un auto que hace el mismo recorrido sale a las 10:30am y llega las 12:30pm. ¿A qué hora alcanzo el auto al camión, si la distancia entre las ciudades es de 100Km?
 a) 11:30am b) 12:30pm c) 1.30pm d) 1pm, e) 12m
21. Un nadador decide cruzar un río de 20m de ancho partiendo de A hacia B, pero por efecto de la corriente del río llega al punto C que dista 60m del punto B. Si la velocidad del nadador es de 1Km/h; determinar la velocidad de la corriente.
 a) 4 b) 5 c) 6 d) 2 e) 3
22. Dos ciudades A y B distan 780 Km y están unidas por un río, cuando el barco va de A hacia B a favor de la corriente, demora 20h y cuando va de B a A demora 2 días y 12h, ¿Cuál es la velocidad del barco?
 a) 24 b) 26 c) 21 d) 20 e) 28

- 23.** Un auto debe llegar a una ciudad que dista 480 Km, a las 7pm, pero con la finalidad de llegar a las 6pm tuvo que ir a 24Km/h más rápido. ¿A qué hora partió?
 a) 12m b) 1pm c) 2pm d) 3pm e) 4pm
- 24.** 2 autos dista 250m uno del otro, van al encuentro a la misma velocidad simultáneamente, luego de un tiempo "t" se encuentran separados 68m (antes del cruce), ¿Cuál es la distancia que los separa después de un tiempo igual al anterior?
 a) 116m b) 119m c) 120m d) 114m e) 118m
- 25.** Un atleta corriendo a razón de 7m/s logra cruzar un puente en 20s. Un camión viajando a 54 Km/h lo hace en 10s. ¿Cuál es la longitud del camión?
 a) 30m b) 25m c) 20m d) 15m e) 10m

CLAVE DE RESPUESTAS

1. e	2. a	3. c	4. a	5. d	6. b	7. c	8. b	9. a	10. a
11. c	12. a	13. b	14. d	15. e	16. a	17. b	18. d	19. a	20. a
21. e	22. b	23. c	24. d	25. e					

PROBLEMAS DE RELOJES

ADELANTOS Y ATRASOS:

Hora real = hora marcada – adelanto.

Hora real = hora marcada + atraso.

Caso I.- Para hallar el ángulo formado por las manecillas de un reloj; Cuando el horario adelanta al minuterero:

$$\alpha = -\frac{11}{2}(m) + 30(H)$$

Caso II.- Para hallar el ángulo formado por las manecillas de un reloj; Cuando el minuterero adelanta al horario:

$$\alpha = \frac{11}{2}(m) - 30(H)$$

Relación de recorrido del horario y minuterero:

$$H = \frac{1}{12}(m)$$

Durante una misma hora:

- Ángulos de 0° y 180° se forman una sola vez.
- Ángulos de otra magnitud se forman dos veces.

“Para que un reloj adelantado (ó atrasado) vuelva a marcar la hora exacta debe adelantarse (ó atrasarse) 12 horas = 720 minutos (una vuelta completa)”.

Problemas con campanadas:

Nº de intervalos = Nº campanadas – 1

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Dos relojes malogrados están marcando la hora exacta. Uno de ellos se adelanta 2" cada hora, y el otro se atrasa 3" cada 2 horas. ¿Cuántos días transcurrirá para que ambos relojes vuelvan a marcar la hora exacta otra vez?

- a) 900 b) 9000 c) 27000 d) 3600 e) 4800

Solución:

Para el primer reloj:

$$\begin{cases} 1h \rightarrow 2'' \\ xh \rightarrow 12h \end{cases} \Rightarrow x = \frac{12(3600) \times 1}{2} = 21600h = 900 \text{ días}$$

Para el segundo reloj:

$$\begin{cases} 2h \rightarrow 3'' \\ xh \rightarrow 12h \end{cases} \Rightarrow x = \frac{12(3600) \times 2}{3} = 28800h = 1200 \text{ días} \therefore \text{El tiempo mínimo será:}$$

m.c.m. {900,1200} = 36000 días

2. Se tiene dos relojes malogrados que están marcando la hora exacta. Uno de ellos se adelanta 12" por hora y el otro se atrasa 6" por hora. ¿Cuántos días transcurrirá para que los dos relojes vuelvan a marcar la misma hora, es decir que vuelvan a coincidir?

- a)24 b) 100 c) 1200 d) 3600 e) 8000

Solución:

La separación entre los relojes es de $12 + 6 = 18''$ por hora, luego:

$$\begin{cases} 1h \rightarrow 18'' \\ xh \rightarrow 12h \end{cases} \Rightarrow x = \frac{12(3600) \times 1}{18} = 2400h = 100 \text{ días}$$

3. El quíntuplo de las horas transcurridas en un día es igual al número de horas que faltan para acabar el día ¿Qué hora es?

- a) 6 a.m. b) 5 a.m c) 4 a.m d) 3 a.m e) 2 a.m

Solución:

$$\text{En 1 día} = 24h \left\{ \begin{array}{l} \text{horas transcurridas} = x \\ \text{horas que fal tan} = 24 - x \end{array} \right\}$$

Dato : $5(x) = 24 - x$

$6x = 24$

$X = 4$ horas

4 a.m

4. Al mirar un reloj se observa que los $\frac{3}{5}$ de lo que faltan para cabar el dia es igual al tiempo transcurrido ¿Qué hora es?.

- a) 5 a.m. b) 6 a.m c) 7 a.m d) 8 a.m e) 9 a.m

Solución:

En 1 dia = 24h $\left\{ \begin{array}{l} \text{horastranscurridas} = x \\ \text{horas que faltan} = 24 - x \end{array} \right\}$

$(24-x) = x$

$72 - 3x = 5x$

$72 = 8x$

$X = 9$ horas

9 a.m

5. A las 2h 15 min, las manecillas de un reloj forman un angulo de:

- a) 20,5. b) 21,5 c) 22,5 d) 23,5 e) 24,5

Solución:

En 1 el horario avanza 30° , en 15 minutos habrá avanzado

$\left(\frac{1,5}{2}\right)^\circ = 7,5^\circ$

El ángulo que forman es:

$30^\circ - 7,5^\circ = 22,5^\circ$

Como el minuterero adelanta al horario:

$$\alpha = \frac{11}{2}m - 30H$$

reemplazando

$$\rightarrow \alpha = \frac{11}{2}(15) - 30(2)$$

$$\alpha = 22,5^\circ$$

6. ¿Que ángulo forman las manecillas de un reloj a las 3h 35 minutos?

- a) 100° b) 101° c) 98° d) 99° e) 102°

Solución:

En 35 min el minutero avanzó 210° y el horario $\left(\frac{35}{2}\right)^\circ = 17,5^\circ$

El ángulo formado es:

$$90^\circ + 12,5^\circ = 102,5^\circ$$

$$102^\circ 30'$$

7. ¿Cuántos minutos después de las 3 horas se forman un ángulo de 53° , luego que el minutero sobrepasó al horario?

- a) 26 b) 27 c) 28 d) 29 e) 30

Solución:

Para que el ángulo 53° deberá ser 3 h x min.

Como el minutero adelanta al horario se cumple:

$$\alpha = \frac{11}{2}m - 30H$$

Reemplazando:

$$53^\circ = \frac{11}{2}(x) - 30(3)$$

$$53 + 90 = \frac{11}{2}(x) \rightarrow x = 26$$

26 minutos

8. Un reloj da 7 campanadas en 28 segundos. ¿En cuánto tiempo indicará las $n+1$ horas, si el reloj marca las horas con igual número de campanadas?

- a) $\frac{14n}{3}s$ b) $\frac{14(n+1)}{3}s$ c) $\frac{14(n-1)}{3}s$ d) $4(n+1)s$ e) $4ns$

Solución:

El intervalo de tiempo entre campanadas es

$$t = \frac{T}{n-1} = \frac{28}{6} = \frac{14}{3}s,$$

Luego el número de campanadas será:

$$N = [(n+1)-1] \frac{14}{3}s = \frac{14n}{3}s$$

9. ¿Qué ángulo forman las agujas de un reloj cuando sea las 5:10?

- a) 100° b) 95° c) 45° d) 86° e) 10°

Solución:

$$\alpha = \left| 30H - \frac{11}{2}m \right| = \left| 30(5) - \frac{11}{2}(10) \right| = 95^\circ$$

PROBLEMAS PROPUESTOS-

1. Un reloj se adelanta 3 min. cada 4 horas hace ya 40 horas. ¿Qué hora señala el reloj si en realidad son las 09:20?.

- a) 9h:50 b) 9h:45 c) 9h:40 d) 8h:45 e) 8h:50

2. Hallar el ángulo mayor formado por las manecillas de un reloj a las 02h:20 min.

- a) 300 b) 310 c) 321 d) 323 e) 330

3. Hallar el ángulo menor formado por las manecillas de un reloj a las 08h:20 min.

- a) 129 b) 130 c) 131 d) 132 e) 133

4. ¿A que hora entre las 9 a.m. y las 10 a.m. las manecillas de un reloj forman un ángulo de 204° ?

- a) 9h:12 m b) 8h:10 m c) 9h:15 m d) 8h:15 m e) 10h:12 m

5. Un reloj esta marcando inicialmente la hora exacta; si cada hora se atrasa 4 minutos. ¿Después de cuánto tiempo volverá a marcar la hora exacta?
 a) 169 b) 170 c) 180 d) 182 e) 183
6. Dos relojes malogrados están marcando la hora exacta, uno de ellos se adelanta 36 segundos cada hora y el otro se atrasa 36 segundos cada 2 horas. ¿Cuánto tiempo tiene que transcurrir para que ambos relojes vuelvan a marcar la hora exacta a la vez?
 a) 2440h b) 2430h c) 2420h d) 2410h e) 2400h
7. Se tiene dos relojes malogrados que están marcando la hora exacta, uno de ellos se adelanta 24 segundos por cada hora y el otro se atrasa 12 segundos por hora. ¿Qué tiempo mínimo tiene que transcurrir para que los dos relojes vuelvan a marcar la misma hora?
 a) 1299 b) 1230 c) 1210 d) 1200 e) 1220
8. Son más de las siete sin ser las nueve y hace 10 minutos, los minutos que habían transcurrido desde las siete eran iguales a $\frac{1}{9}$ del tiempo que faltaría transcurrir hasta las nueve dentro de 10 minutos.
 a) 5h:20 b) 5h:30 c) 7h:20 d) 6h:30 e) 7h:14
9. Que ángulo forman entre si las agujas del reloj a las 9h 10' de la noche.
 a) 145° b) 225° c) 215° d) 135° e) a y c
10. En que momento las agujas del reloj forman un ángulo de 120° entre las 8 y las 9 horas.
 a) 8h21' b) 8h22' c) 8h21'49" d) $8h21' \left(49\frac{1}{11}\right)''$ e) 8h 49'
11. ¿Qué ángulo forman entre si las agujas del reloj a las 11,45 horas?
 a) $82^\circ 30'$ b) $168^\circ 30'$ c) $181^\circ 30'$ d) 178° e) 179°
12. Un reloj se adelanta 7 minutos cada 6 horas. ¿Al cabo de 18 horas se habrá adelantado?
 a) 21' b) 42' c) 3,5' d) 14' e) 20'
13. Un reloj se adelanta 4' cada 7 horas. ¿A qué hora empezó a adelantarse si a las 11h 10' de la noche marca 11h 38'.
 a) 3h10' b) 3h10' c) 20h10' d) 21h10' e) 4h20'

14. Las 2 manecillas del reloj están superpuestas al medio día. ¿A qué hora se encontrarán nuevamente una sobre la otra.
- a) $1h4'(2\frac{11}{2})''$ b) $1h6'(32\frac{1}{11})''$ c) $1h5'(27\frac{3}{11})''$ d) $1h5'(27\frac{8}{11})''$ e) $2h5'(26\frac{8}{11})''$
15. Ya hace 18 horas que se adelanta un reloj, ¿Cuánto adelanta por hora si señala 5h25' cuando son las 5h 16'?
- a) 40s b) 30s c) 9s d) 45s e) 35.
16. Un reloj se atrasa un minuto por hora. Si empieza correctamente a las 12 m del día miércoles 13 de julio. ¿Cuándo volverá a señalar la hora correcta?
- a) miércoles ,10 de agosto b).- viernes 12 de agosto c).-lunes 8 de agosto
d) sábado 13 de agosto e).- martes 9 de agosto.
17. Dos relojes malogrados están marcando la hora exacta uno de ellos se adelanta 2" cada hora y el otro se atrasa 5" cada 3 horas. Cuánto tiempo transcurrirá para que vuelvan a marcar la hora exacta.
- a) 5400 días b) 5045 días c) 6040 días d) 6045 días e) 7000 días
18. Dos relojes malogrados que están marcando la hora exacta, uno de ellos se adelanta 19" por cada hora y el otro se atrasa 11" por hora. ¿Qué tiempo mínimo tiene que pasar para que los dos relojes vuelvan a marcar la misma hora, es decir que vuelvan a coincidir.
- a) 1449h b) 1446h c) 1444h d) 1440h e) 1439h
19. Entre las 5 y las 6. ¿A qué hora por primera vez se forma un ángulo de 40°?
- a) 5 y 34 m b) 5 y 35 m c) 5 y 34(6/11)m d) 5 y 20 m e) 5 y 30 m
20. Un reloj señala la horas con número de campanadas, no correspondientes, así la 1 la indica con 11 campanadas, las 2 con 10 campanadas, etc. ¿Cuántas campanadas habrá desde las 7 inclusive hasta el momento en que por segunda vez indica el número correcto de campanadas inclusive?
- a) 112 b) 63 c) 51 d) 78 e) 108
21. Nataly emplea exactamente 1 hora en ir de su casa al colegio si sale a las 7am de su casa y para llegar al colegio le faltan 10' menos de los que ha caminado. ¿Qué hora es? .
- a) 7h 30' b).- 7h 40' c) 7h 35' d) 7 h 50' e) 7h 10'

CLAVE DE RESPUESTAS

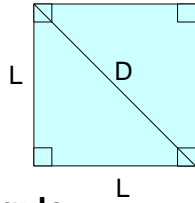
1. a	2. b	3. b	4. a	5. c	6. e	7. d	8. d	9. c	10. c
11. a	12. a	13. b	14. c	15. b	16. b	17. a	18. d	19. d 20. c	21. d
22. c									

AREAS SOMBREADAS

Área de un Cuadrado

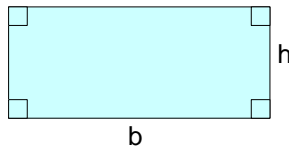
$$A = L^2$$

$$A = \frac{D^2}{2}$$



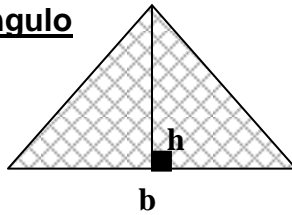
Área de un Rectángulo

$$A = b \cdot h$$



Área de un Triángulo

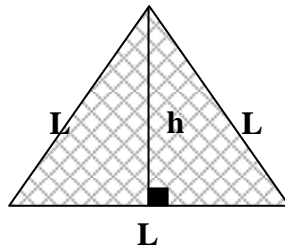
$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$



Área de un Triángulo Equilátero.

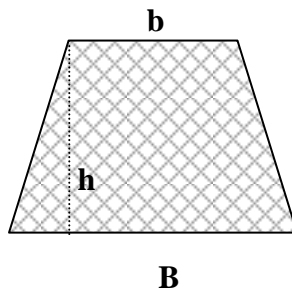
$$A = \frac{L^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$A = \frac{h^2 \sqrt{3}}{3}$$



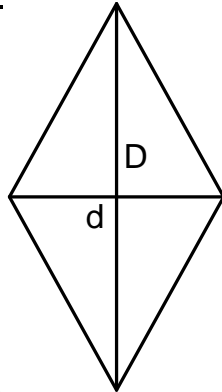
Área de un Trapecio

$$S = \left(\frac{B+b}{2} \right) h$$



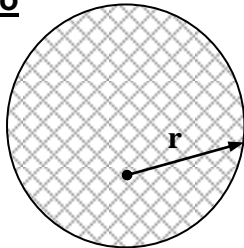
Área de un Rombo

$$S = \frac{D \times d}{2}$$



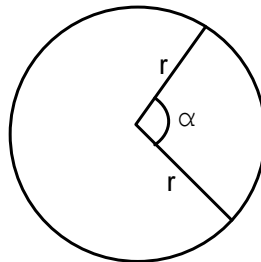
Área de un Círculo

$$A = \pi r^2$$



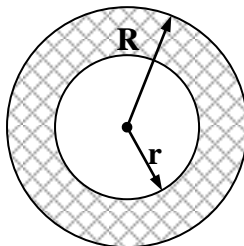
Área de un Sector Circular

$$A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$$



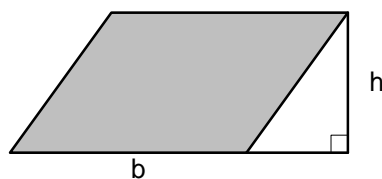
Área de una Corona Circular.

$$A = \pi R^2 - \pi r^2$$



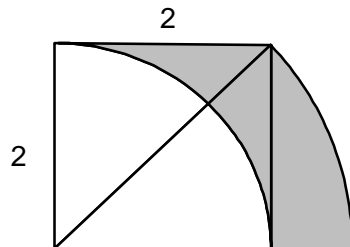
Área del Paralelogramo

$$A = b \cdot h$$



PROBLEMAS RESUELTOS

1. Hallar el área de la figura sombreada



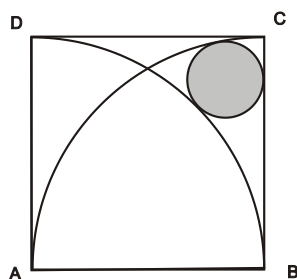
- a) $1u^2$ b) $2u^2$ c) $3u^2$ d) $2,5u^2$ e) $1,75u^2$

Solución

$$A = (A_{\text{cuadrado}} - A_{\text{cuadrante}}) + (A_{\text{sector}} - A_{\text{triángulo}})$$

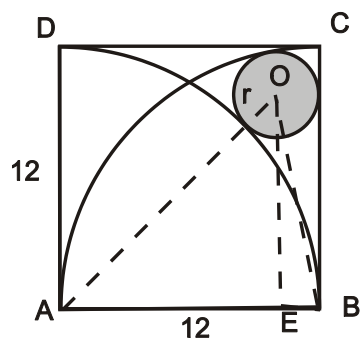
$$\therefore A = (4 - \pi) + \frac{\pi(2\sqrt{2})^2}{4 \cdot 2} - 2 = 2u^2$$

2. Hallar el área de la figura sombreada si el área del cuadrado es de $144m^2$



- a) (m^2) b) $4(m^2)$ c) $9(m^2)$ d) $6,25(m^2)$ e) $3,0625(m^2)$

Solución



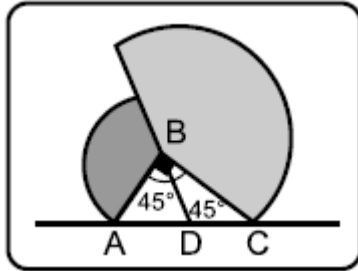
si r es el radio del círculo pequeño, entonces:

En $\Delta_{AOE} : \overline{OE}^2 = (12+r)^2 - (12-r)^2$ y en $\Delta_{BOE} : \overline{OE}^2 = (12-r)^2 - r^2$, luego

$$(12+r)^2 - (12-r)^2 = (12-r)^2 - r^2, \text{ de donde } r=2$$

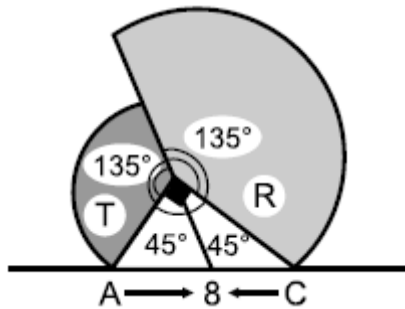
$$\therefore A = 4\pi \text{ m}^2$$

3. Hallar el área de la región sombreada si $AC = 8$.



- b) 30π b) 26π c) 32π d) 24π e) 28π

Solución



En el ΔABC : Por Pitágoras:

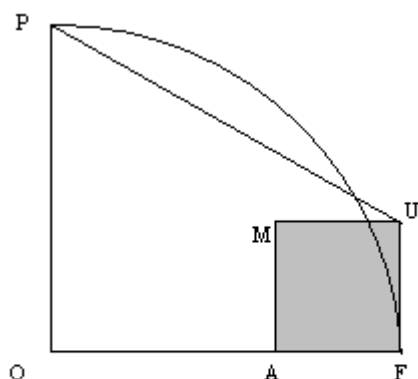
$$R^2 + r^2 = 64 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$A_s = \frac{135^\circ \pi r^2}{360^\circ} + \frac{135^\circ \pi R^2}{360^\circ}$$

$$A_s = \frac{135^\circ \pi}{360^\circ} (R^2 + r^2) = \frac{135^\circ \pi}{360^\circ} (64)$$

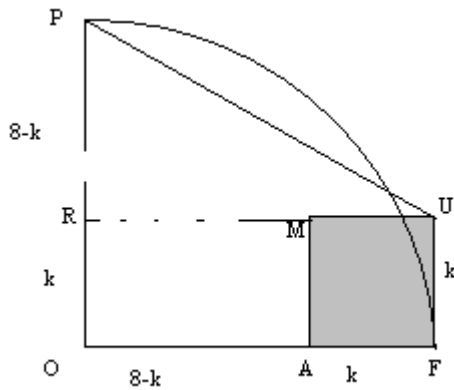
$$A_s = 24\pi$$

4. En el gráfico POF es un cuadrante en el cual: $PO = 8\text{m}$ y $PU = 10\text{m}$. ¿Calcular el área de la region cuadrada?



- A) 8 m^2 B) 6 m^2 C) 2 m^2 D) 4 m^2 E) 80 m^2

SOLUCION



En el triángulo PRU (Teorema de Pitágoras)

$$k^2 + 8^2 = 10^2$$

$$k^2 - 16k + 64 + 64 = 100$$

$$k^2 - 16k + 128 - 100 = 0$$

$$k^2 - 16k + 28 = 0$$

$$(k - 14)(k - 2) = 0$$

$$K = 14$$

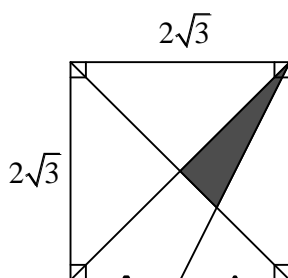
$$k = 2$$

Área sombreada. AMUF

$$As = L^2 = K^2 = 2^2$$

$$As = 4 \text{ m}^2$$

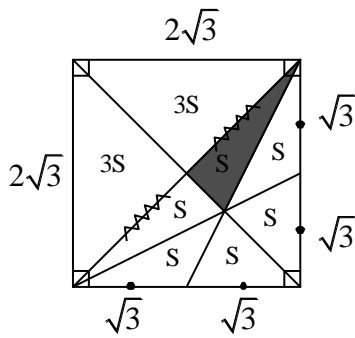
5. Calcular el área de la región sombreada



- a) $2u^2$ b) $2,5u^2$ c) $1,5u^2$ d) $1,2u^2$ e) $1u^2$

Solución

Realizando trazos adicionales:

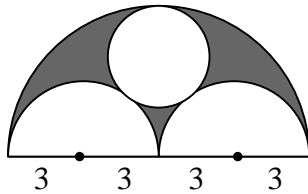


Por la propiedad del baricentro:

$$12S = (2\sqrt{3})^2$$

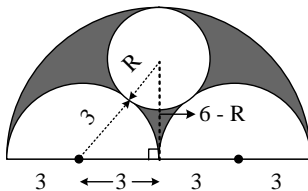
$$12S = 12 \Rightarrow S = 1$$

6. Hallar el área de la región sombreada



- a) 3π b) 5π c) 7π d) 11π e) 9π

Solución



$$(R+3)^2 = 3^2 + (6-R)^2$$

$$R^2 + 6R + 9 = 9 + 36 - 12R + R^2$$

$$18R = 36 \Rightarrow R = 2$$

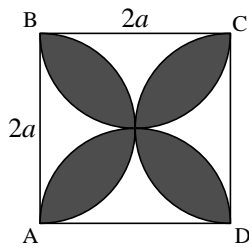
Calculando el área de la región sombreada:

$$\text{Area} = \text{Semi-círculo grande} - 2 \text{ Semi-círculos pequeños} - \text{Círculo}^{\circ}$$

$$A = \frac{6^2}{2}\pi - 2\left(\frac{3^2}{2}\pi\right) - (2)^2\pi$$

$$A = 18\pi - 9\pi - 4\pi = 5\pi$$

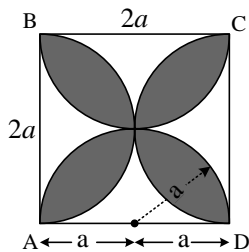
7. Hallar el área de la región sombreada



- a) $2a^2(\pi - 2)$ b) $a^2(\pi - 1)$ c) $4a^2(\pi - 2)$ d) $a^2(\pi + 1)$ e) $4a^2(\pi - 1)$

Solución

Del gráfico:



Área Sombreada = 4(Área de la Hoja)

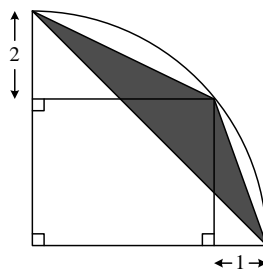
NOTA:

$\Rightarrow \text{Area Hoja} = \frac{r^2}{2} \pi - 2$

$$\text{Área Sombreada} = 4 \left[\frac{a^2}{2} \pi - 2 \right]$$

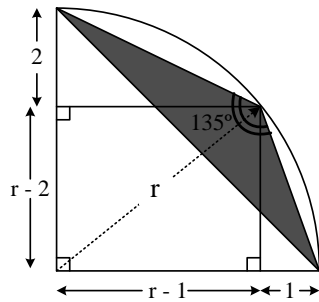
$$\therefore \text{Área Sombreada} = 2a^2 \pi - 2$$

8. Hallar el área de la región sombreada.



- a) $4u^2$ b) $6u^2$ c) $5u^2$ d) $4,5u^2$ e) $3,8u^2$

Solución



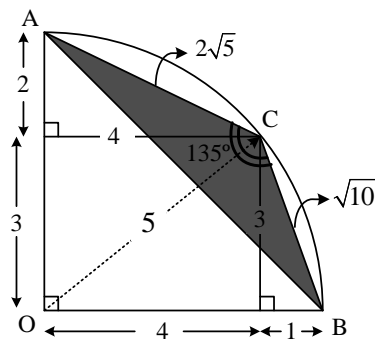
Por el teorema de Pitágoras:

$$\begin{aligned}
 (r-1)^2 + (r-2)^2 &= r^2 \\
 r^2 - 2r + 1 + r^2 - 4r + 4 &= r^2 \\
 r^2 - 6r + 5 &= 0 \\
 (r-5)(r-1) &= 0
 \end{aligned}$$

De donde:

$$r = 5$$

Luego se tiene el siguiente gráfico:



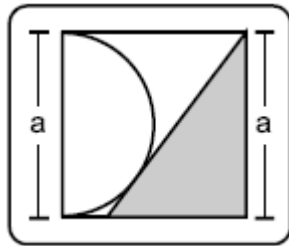
Aplicamos la fórmula trigonométrica en el ΔABC .

$$\begin{aligned}
 A\Delta_{ABC} &= \frac{2\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}}{2} \text{sen}135^\circ \\
 A\Delta_{ABC} &= \sqrt{50} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) \\
 A\Delta_{ABC} &= \frac{\sqrt{100}}{2} = \frac{10}{2}
 \end{aligned}$$

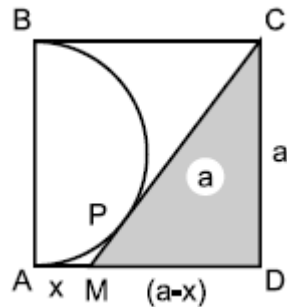
$$\therefore \text{Área sombreada} = 5u^2$$

9. Hallar el área de la region sombreada.

- a) $2a^2/3$ b) $3a^2/8$ c) $2a^2/5$ d) $3a^2/7$ e) $a^2/2$



Solución:



De la figura: $\overline{BC} = \overline{CP} = a$
 $\overline{MA} = \overline{CP} = X$

Del \triangle MDC
Por Pitágoras:

$$(a+x)^2 = a^2 + (a-x)^2$$

$$(a+x)^2 - (a-x)^2 = a^2$$

$$4ax = a^2$$

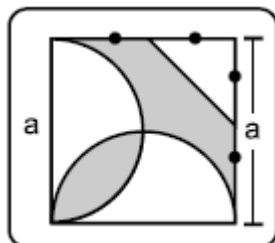
$$4x = a \rightarrow x = \frac{a}{4}$$

Luego. $a-x = a - \frac{a}{4} = \frac{3}{4}a$

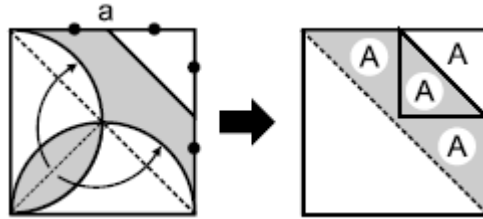
$$As = \frac{\left(\frac{3}{4}a\right)a}{2} = \frac{3}{8}a^2$$

10. Hallar el area de la region Sombreada.

- a) $3a^2/8$ b) $a^2/2$ c) $2a^2/5$ d) $3a^2/7$ e) $4a^2/7$



Solución:



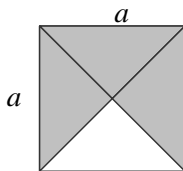
$$4A = \frac{a^2}{2}$$

$$A = \frac{a^2}{8}$$

$$3A = 3\left(\frac{a^2}{8}\right) = \frac{3}{8}a^2$$

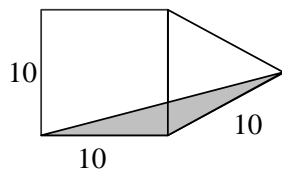
PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Hallar el área de la región sombreada:



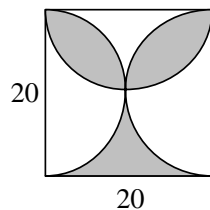
- a) $\frac{1}{3}a^2$ b) $\frac{2}{3}a^2$ c) $\frac{3}{2}a^2$ d) $\frac{3}{4}a^2$ e) $\frac{2}{4}a^2$

2. Hallar el área de la región sombreada:



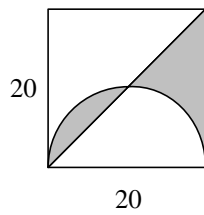
- a) 25 b) 26 c) 27 d) 28 e) 29

3. Hallar el área de la región sombreada:



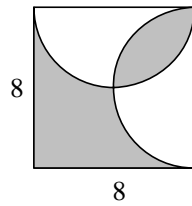
- a) 52π b) 50π c) 49π d) 48π e) 54π

4. Hallar el área de la región sombreada:



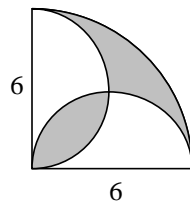
- a) 89 b) 98 c) 100 d) 102 e) 104

5. Hallar el área de la región sombreada:



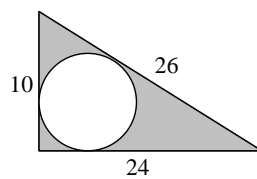
- a) $29m^2$ b) $30m^2$ c) $31m^2$ d) $33m^2$ e) $32m^2$

6. Hallar el área de la región sombreada:



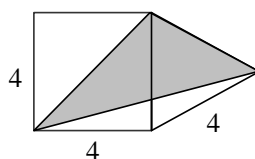
- a) $9(\pi - 2)$ b) $9(2\pi - 1)$ c) $8(2\pi - 2)$ d) $9(\pi - 4)$ e) $9(2\pi - 4)$

7. Hallar el área de la región sombreada:



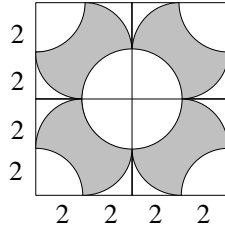
- a) $110 - 16\pi$ b) $120 - 18\pi$ c) $100 - 15\pi$ d) $110 - 20\pi$ e) $120 - 16\pi$

8. Hallar el área de la región sombreada:



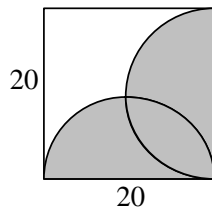
- a) $4(\sqrt{2} + 1)$ b) $4(\sqrt{3} + 1)$ c) $2(\sqrt{3} + 1)$ d) $2(\sqrt{3} - 1)$ e) $\sqrt{3} + 1$

9. Hallar el área de la región sombreada:



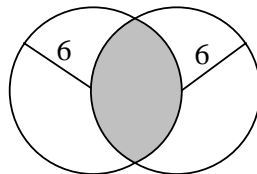
- a) 48 b) 16 c) 32 d) 28 e) 24

10. Hallar el área de la región sombreada:



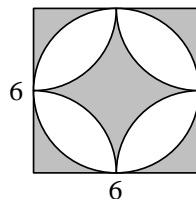
- a) $50(4 + \pi)$ b) $25(2 + \pi)$ c) $50(3 + \pi)$ d) $50(2 + \pi)$ e) $25(3 + \pi)$

11. Hallar el área de la región sombreada:



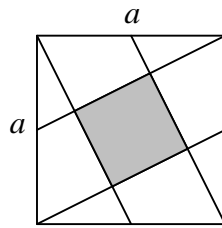
- a) $6(4\pi - 3\sqrt{3})$ b) $6(2\pi - 2\sqrt{3})$ c) $3(4\pi + 3\sqrt{3})$ d) $3(\pi + \sqrt{3})$ e) $(4\pi + 3\sqrt{3})$

12. Hallar el área de la región sombreada:



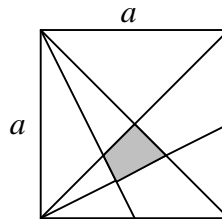
- a) $62(4 + \pi)$ b) $68(3 - \pi)$ c) $74(6 - \pi)$ d) $80(1 - \pi)$ e) $72(4 - \pi)$

13. Hallar el área de la región sombreada:



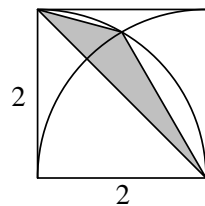
- a) $\frac{a^2}{8}$ b) $\frac{a^2}{5}$ c) $\frac{a^2}{6}$ d) $\frac{3a^2}{5}$ e) $\frac{3a^2}{8}$

14. Hallar el área de la región sombreada:



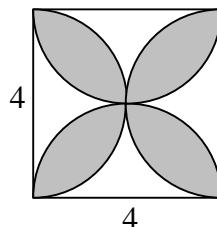
- a) $\frac{3a^2}{8}$ b) $\frac{a^2}{25}$ c) $\frac{a^2}{6}$ d) $\frac{a^2}{20}$ e) $\frac{a^2}{18}$

15. Hallar el área de la región sombreada:



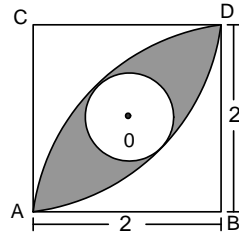
- a) $\sqrt{2} + 1$ b) 4 c) $\sqrt{3} - 1$ d) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ e) $\sqrt{2} - 1$

16. Hallar el área de la región sombreada:



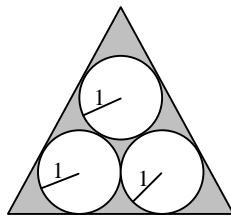
- a) $8(\pi - 2)$ b) $3(\pi - 4)$ c) $8\pi - 2$ d) $4\pi - 6$ e) $3(\pi - 4)$

17. Hallar el área de la región sombreada:



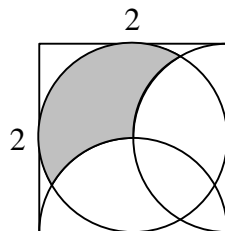
- a) $4 \left[\sqrt{2} + 1 \right] \pi - 1 \text{ m}^2$ b) $4 \left[\sqrt{2} - 1 \right] \pi - 1 \text{ m}^2$ c) $2 \left[\sqrt{2} - 1 \right] \pi \text{ m}^2$
 d) $2 \left[\sqrt{2} \pi - 1 \right] \text{ m}^2$ e) $4 \left[\sqrt{2} - 1 \right] \pi + 1 \text{ m}^2$

18. Hallar el área de la región sombreada:



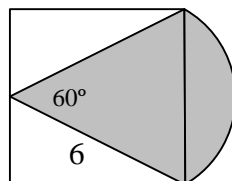
- a) $4\sqrt{3} + 3\pi - 6$ b) $4\sqrt{3} - 2\pi + 6$ c) $4\sqrt{3} + 2\pi - 6$ d) $4\sqrt{3} - 3\pi + 6$ e) $\sqrt{3} - 2\pi + 6$

19. Hallar el área de la región sombreada:



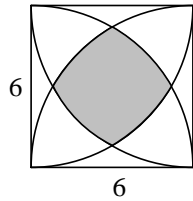
- a) 1,75 b) 1,58 c) 1,80 d) 1,05 e) 1,12

20. Hallar el perímetro de la región sombreada



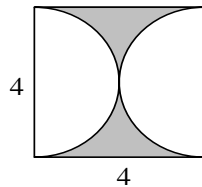
- a) $8 + 2\pi$ b) $10 + 2\pi$ c) $12 + 2\pi$ d) $14 + 2\pi$ e) $16 + 2\pi$

21. Hallar el perímetro de la región sombreada



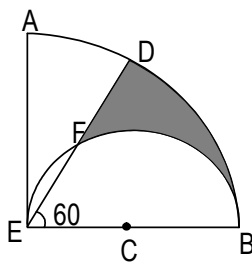
- a) $2\pi + 4$ b) $4\pi + 1$ c) 4π d) 2π e) $4\pi + 4$

22. Hallar el perímetro de la región sombreada



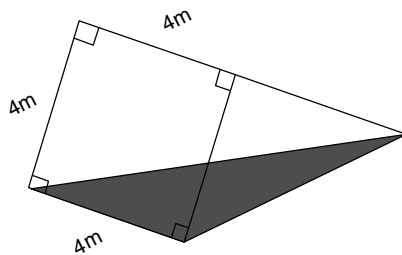
- a) $4(2 + \pi)$ b) $4(1 + \pi)$ c) $4(2 - \pi)$ d) $(2 + \pi)$ e) $3(2 - \pi)$

23. Hallar el perímetro del área sombreada, si C es punto medio $\overline{EB} = 12u$:



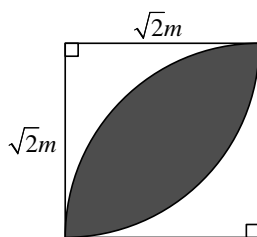
- a) $(2\pi + 3)$ b) $2(4\pi + 3)$ c) $(2(4\pi) + 3)$ d) $(4\pi + 6)$ e) $2(\pi + 3)$

24. Hallar el área de la región sombreada.



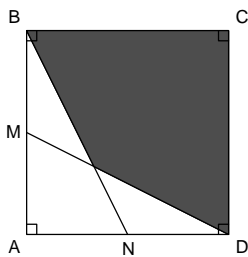
- a) $10m^2$ b) $6m^2$ c) $9m^2$ d) $8m^2$ e) $7m^2$

25. Calcular el área de la región sombreada



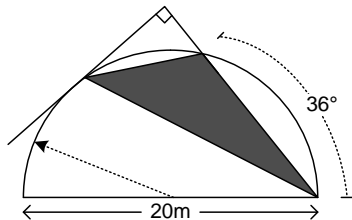
- a) $(\pi - 2)m^2$ b) $(\pi - 1)m^2$ c) $2(\pi - 1)m^2$ d) $2(\pi - 2)m^2$ e) $2(\pi + 2)m^2$

26. Si ABCD es un cuadrado cuyo lado mide 30 cm, M y N son puntos medios, calcule el área de la región sombreada.



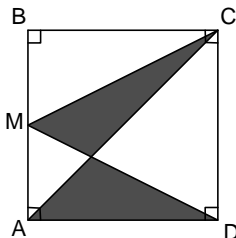
- a) 600m^2 b) 300m^2 c) 400m^2 d) 500m^2 e) 700m^2

27. Hallar el área de la región sombreada.



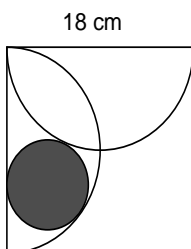
- a) 40π b) 36π c) 60π d) 50π e) 72π

28. En la figura se tiene un cuadrado ABCD. Si M es punto medio, ¿qué parte del total representa el área de la región sombreada?



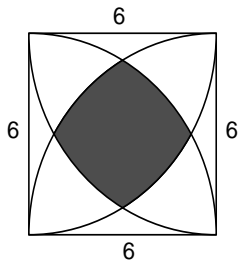
- a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{1}{10}$ e) $\frac{1}{12}$

29. Calcule el área de la región sombreada.



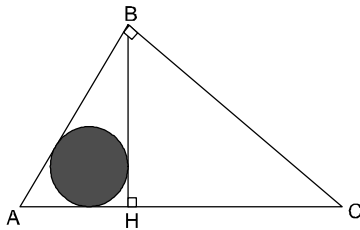
- a) 16 cm^2 b) 9 cm^2 c) 4 cm^2 d) 25 cm^2 e) 36 cm^2

30. Hallar el área de la región sombreada.



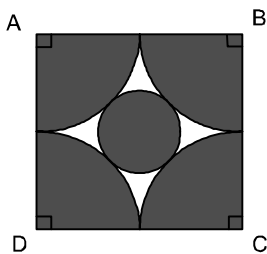
- a) $12(\pi - 3\sqrt{3} + 3)$ b) $12(\pi - 3\sqrt{3} - 3)$ c) $12(\pi + 3\sqrt{3} + 3)$ d) $12(\pi + 3\sqrt{3} - 3)$
e) $12(\pi - \sqrt{3} + 3)$

31. Si el inradio del triángulo es $2\sqrt{3}m$ y el inradio del triángulo HBC es $2m$. hallar el área de la región sombreada.



- a) 6π b) 4π c) 9π d) 10π e) 8π

32. Si el lado del cuadrado mide $\sqrt{2}m$. Hallar el área de la región sombreada.

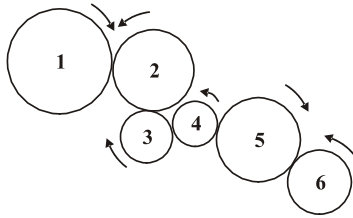


- a) $\pi 5 - 2\sqrt{2}$ b) $\pi 3 - 2\sqrt{2}$ c) $\pi 3 + 2\sqrt{2}$ d) $\pi 2 + 2\sqrt{2}$ e) $\pi 2 - 2\sqrt{2}$

CLAVE DE RESPUESTAS

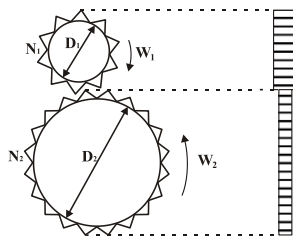
1. d	2. a	3. b	4. c	5. e	6. a	7. e	8. b	9. c	10. d
11. a	12. e	13. b	14. d	15. c	16. a	17. e	18. d	19. e	20. c
21. c	22. a	23. b	24. d	25. a	26. a	27. d	28. a	29. a	30. a
31. e	32. e								

TRANSMISIONES



- Si el número de engranajes es un número impar, el último engranaje girará en el mismo sentido que el primero.
- Si el número de engranajes es un número par, el último engranaje girará en el sentido contrario al primero.

RELACIÓN DE TRANSMISIÓN



$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{D_1}{D_2} = \frac{W_2}{W_1}$$

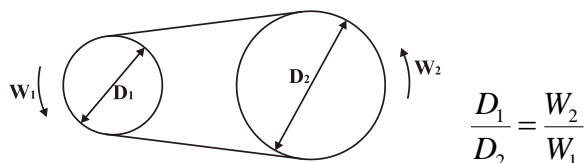
Donde:

N = Número de dientes.

D = Diámetro.

W = Velocidad tangencial o angular (en R.P.M.).

TRANSMISIÓN POR FAJAS O CORREAS.



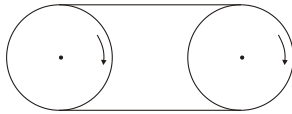
$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{W_2}{W_1}$$

Donde:

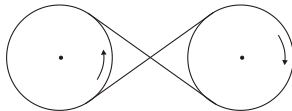
D = Diámetro

W = Velocidad tangencial o angular (en R.P.M.)

Transmisión Abierta

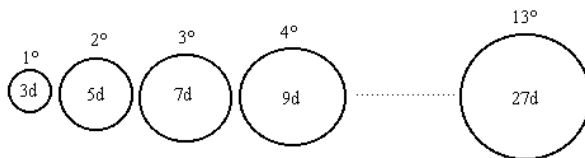


Transmisión Cruzada



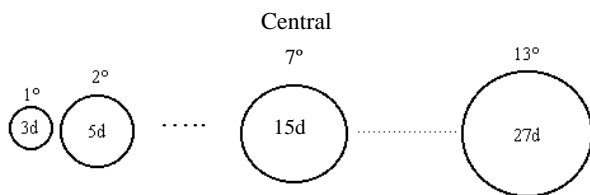
PROBLEMAS RESUELTOS

1. En el siguiente sistema de engranajes; el primero en tres minutos ha dado 80 vueltas más que el último. ¿Cuántas vueltas da el engranaje central por minuto? (d=dientes)



- a) 6 b) 15 c) 3 d) 5 e) 18

Solución



$$\begin{aligned}
 n_1 w_1 &= n_{13} w_{13} \\
 3w_1 &= 27w_{13} \dots \dots \dots (1) \\
 3w_1 &= 3w_{13} + 80 \dots \dots \dots (2)
 \end{aligned}$$

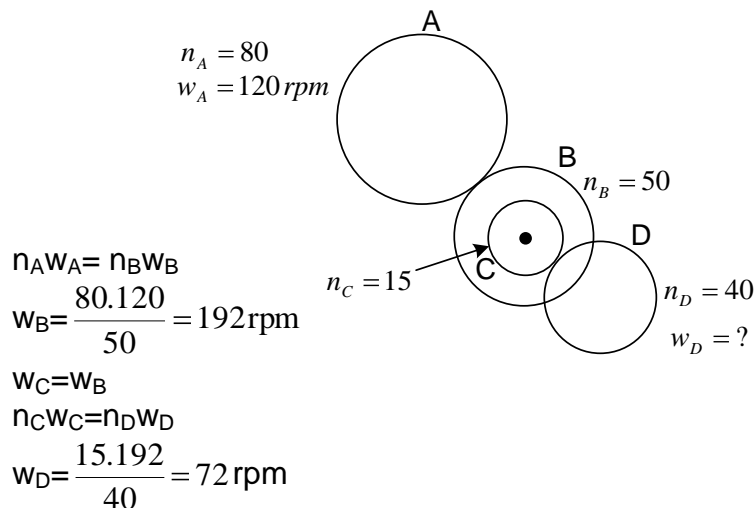
$$\begin{aligned}
 \Rightarrow 27w_{13} &= 3w_{13} + 80 \\
 24w_{13} &= 80 \\
 w_{13} &= \frac{10}{3} \text{ rpm}
 \end{aligned}$$

Por otro lado:

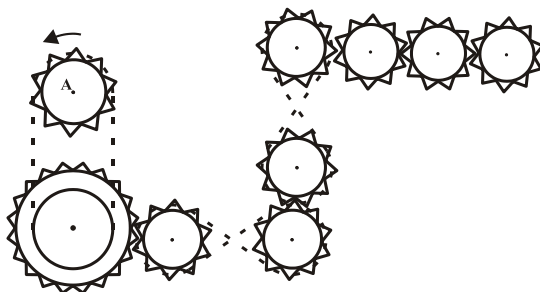
$$\begin{aligned}
 n_7 w_7 &= n_{13} w_{13} \\
 15w_7 &= 27 \frac{10}{3} = 90 \\
 w_7 &= 6 \text{ rpm}
 \end{aligned}$$

2. Una rueda A de 80 dientes engrana con otra rueda B de 50 dientes. Fijo al eje B hay otra rueda C de 15 dientes que engrana con una rueda D de 40 dientes. Si A da 120 vueltas por minuto. ¿Cuántas vueltas por minuto dará la rueda D?
- a) 85 b) 70 c) 80 d) 72 e) 65

Solución



3. Dada la gráfica,

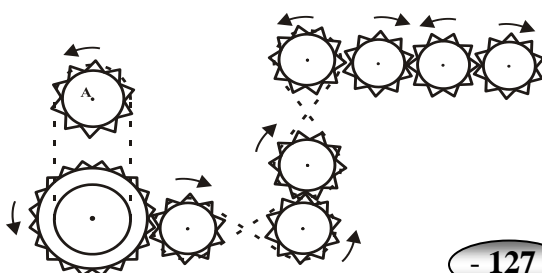


El engranaje A es impulsado como se indica la flecha. ¿Cuántos engranajes se mueven en el sentido horario?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 7

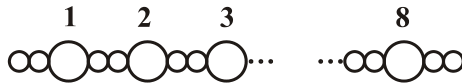
solución

Tomando como referencia el engranaje A y analizando los tipos de transmisión se tiene:



Luego, en el sentido horario se mueven 4 engranajes.

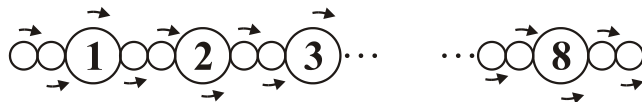
4. Hallar el número de ruedas pequeñas que giran en el sentido horario y el número de ruedas grandes que giran en el sentido antihorario. Si se sabe que 1 gira en el sentido horario.



- a) 9; 4 b) 8; 3 c) 9; 5 d) 8; 4 e) 8; 6

Solución

Tomando como referencia la rueda 1, se tiene:

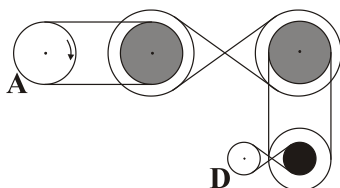


Luego, analizando la gráfica vemos que la mitad del total de las ruedas pequeñas giran en sentido horario y la otra mitad en el sentido antihorario luego como tenemos en total 18 ruedas pequeñas, entonces se tiene 9 ruedas que giran en el sentido horario.

Luego, vemos también que las ruedas grandes de numeración impar se mueven en el sentido horario y las ruedas grandes con numeración par: 2, 4, 6 y 8 se mueven en el sentido antihorario.

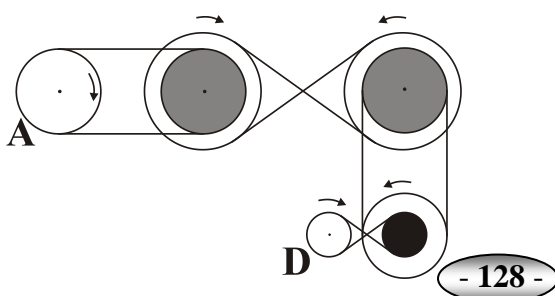
Por lo tanto, tenemos: 9 ruedas pequeñas que giran en el sentido horario y 4 grandes que giran en el sentido antihorario.

5. Estas poleas están acopladas mediante fajas, tal como indica la figura. Si la polea A, gira en el sentido de la flecha, ¿en qué sentido gira la polea D?



Solución

Tomando como referencia la polea A, y completando las flechas, se tiene:



Vemos que la polea D gira en el sentido horario.

6. Dos engranajes, A de 72 dientes y B de 48 dientes están en contacto. Si A gira a 200 RPM ¿A qué velocidad gira B?
 a) 300 b) 400 c) 500 d) 600 e) 700

solución

Por dato tenemos:

$$N_A = 72$$

$$N_B = 48$$

$$W_A = 200$$

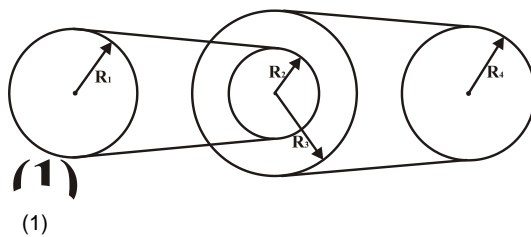
$$W_B = ?$$

Se sabe que, $\frac{N_A}{N_B} = \frac{W_B}{W_A}$

Entonces, $W_B = \frac{N_A W_A}{N_B} = \frac{72(200)}{48} = 300$

Luego, el engranaje B gira a 300 RPM.

7. En la Figura: $r_1=20\text{cm}$; $r_2=5\text{cm}$; $r_3=30\text{cm}$ y $r_4=25\text{cm}$. Si (1) gira a 480 RPM ¿A qué velocidad gira la polea de radio r_4 ?



- a) 2304 b) 2300 c) 1306 d) 2340 e) 1600

Solución

Por dato tenemos:

$r_1=20\text{cm}$; $r_2=5\text{cm}$; $r_3=30\text{cm}$ y $r_4=25\text{cm}$ además $W_1 = 480$ RPM

Se sabe que, $\frac{D_1}{D_2} = \frac{W_2}{W_1}$

Entonces, $W_2 = \frac{D_1 W_1}{D_2} = \frac{2(r_1)W_1}{2(r_2)} = \frac{r_1 W_1}{r_2} = \frac{20(480)}{5} = 1920$

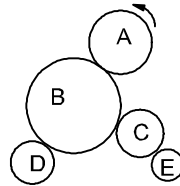
Luego, los engranajes de radios r_2 y r_3 giran a 1920 RPM, ya que son concéntricos. Análogamente, para el engranaje de r_4 .

$$W_4 = \frac{r_3 W_3}{r_4} = \frac{30(1920)}{25} = 2304$$

Luego, la polea de radio r_4 gira a 2304 RPM.

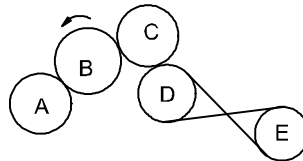
PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Si el engranaje "A", se mueve como indicia la flecha, indicar cuales se mueven a la derecha



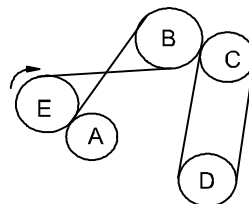
- a) C y D b) B c) B, C y E d) B y E e) B, D y E

2. Si el engranaje "B", se mueve como indicia la flecha, indicar cuales se mueven a la derecha



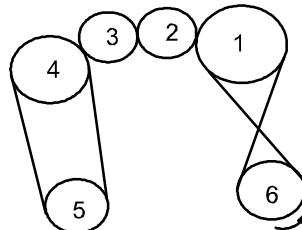
- a) B y C b) B y E c) C y E d) A, C y E e) B, D y E

3. Si el engranaje "E", se mueve como indicia la flecha, indicar cuales se mueven a la izquierda



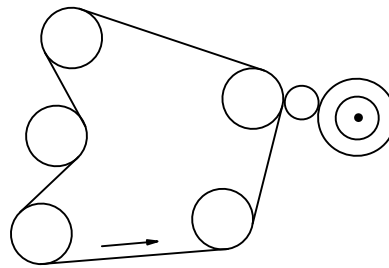
- a) C b) A y B c) D d) A y C e) A, B y D

4. Si el engranaje "6", se mueve a la izquierda, ¿cuáles mas se mueven a la izquierda?



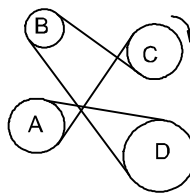
- a) 1, 2 b) 2, 4 y 5 c) 3, 5 d) 1, 3 y 5 e) 2, 4, 5 y 6

4. Hallar cuántos engranajes se mueven en el sentido horario si la cadena se mueve en el sentido indicado



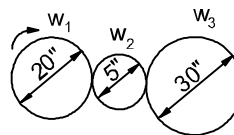
- a) 30 b) 70 c) 36 d) 80 e) 20

5. ¿Cuál de los engranajes se mueve mas lento y hacia donde?



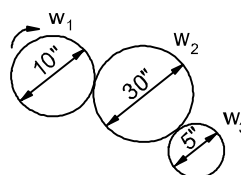
- a) A, izquierda b) B, derecha c) C, Derecha d) D, izquierda e) D, derecha

6. En la figura Hallar w_2 y w_3 en r.p.m., si w_1 es 300 r.p.m.



- a) 1200 y 200 b) 1200 y 400 c) 900 y 400 d) 900 y 200 e) 1000 y 300

7. En la figura hallar w_1 , w_2 en r.p.m. y los números de dientes n_2 y n_3 si $n_1 = 30$ dientes y $w_3 = 1200$ r.p.m.

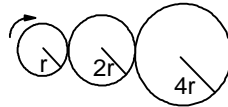


- a) 600, 100, 90 y 15 b) 500, 100, 90 y 15 c) 600, 200, 90 y 15
d) 600, 100, 80 y 15 e) 600, 100, 90 y 10

8. Dos engranajes de 24 y 45 dientes están concatenados, cuando funcionan 4 minutos uno ha dado 70 vueltas más que el otro. ¿Cuál es la velocidad del engranaje grande en r.p.m.

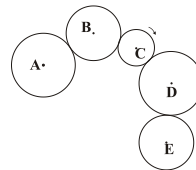
- a) 30 b) 70 c) 36 d) 80 e) 20

9. La figura muestra 3 poleas tangentes. La polea de menor radio es impulsada por un motor que gira a 1800 r.p.m. ¿A cuántas r.p.m. gira la polea mayor



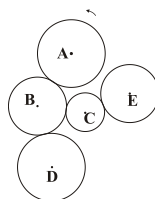
- a) 200 b) 450 c) 500 d) 800 e) 600
10. Si la catalina de una bicicleta que tiene 60 pin da 30 r.p.m. ¿Cuántas vueltas dará el piñón de la llanta trasera en 8 minutos sabiendo que esta posee 24 pin?
- a) 75 b) 150 c) 300 d) 600 e) 900
11. La rueda "A" de 80 dientes engrana con otra rueda "B" de 50 dientes, Fijo la eje "B" hay otra rueda "C" de 15 dientes que engrana con una rueda "D" de 40 dientes. Si "A" da 120 vueltas por minuto. ¿Cuántas vueltas por minuto dará la rueda "D"?
- a) 70 b) 72 c) 60 d) 90 e) 96
12. En que sentido se mueve el engranaje "A" y "D". Si "C" se mueve como lo indica la flecha..

- a) Izquierda, derecha
b) A la izquierda los dos
c) A la derecha los dos
d) Derecha, Izquierda
e) A la izquierda.



13. Si el engranaje (A) se mueve como indica la flecha, indicar cuales se mueven para la derecha.

- a) C, D
b) B
c) B, C y E
d) B, E
e) C



14. Se posee dos engranajes en contacto, uno de ellos tiene 36 pines (dientes) y el otro 24 pines, si el segundo da 18 vueltas completas. ¿Cuántas vueltas dará el primer engranaje?
- a) 6 b) 12 c) 18 d) 24 e) 8

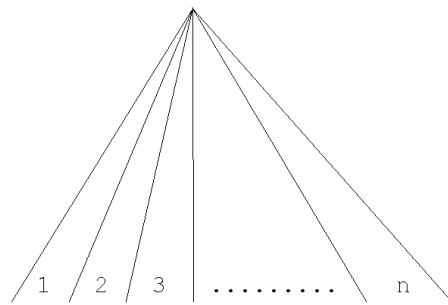
15. Sí dos engranajes están en contacto por medio de una cadena de bicicleta. El primero posee 48 pines y se mueve a 30 R.P.M. y el segundo tiene 12 pines. ¿Cuántas vueltas dará el segundo engranaje cuando el primero haya dado 6 vueltas y que tiempo emplea?
- a) 12 vueltas; 12 seg. b) 36 vueltas; 24 seg. c) 6 vueltas; 12 seg. d) 24 vueltas; 24 seg.
 e) 24 vueltas; 12seg.
16. Se posee dos engranajes en contacto uno de ellos tiene 12 dientes y el otro 36, si el primero da el cuádruple, menos 8 vueltas del segundo engranaje. ¿Cuántas vueltas da el segundo engranaje?
- a) 12 b) 15 c) 8 d) 6 e) 14

CLAVE DE RESPUESTAS

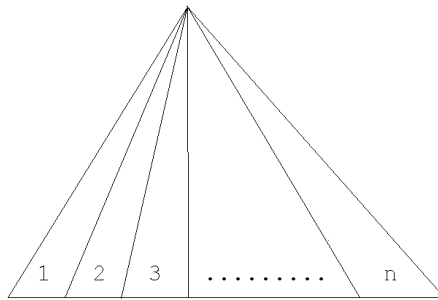
1. d	2. d	3. b	4. c	5. d	6. a	7. c	8. e	9. b	10. a
11. b	12. d	13. d	14. b	15. e	16. c				

CONTEO DE FIGURAS

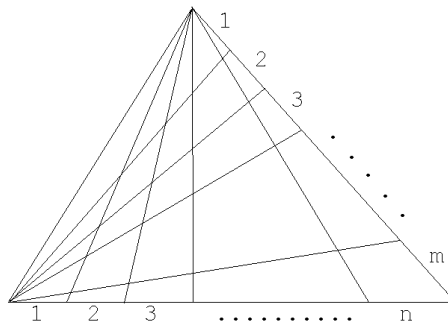
Principales formulas de recurrencia:



$$\text{Nro. de Angulos agudos} = \frac{n(n+1)}{2}$$



$$\text{Nro. de Triangulos} = \frac{n(n+1)}{2}$$



$$\text{Nro. de Triangulos} = \frac{n \cdot m (n + m)}{2}$$

1	2	3	n
2				
3				
•				
•				
•				
•				
m				

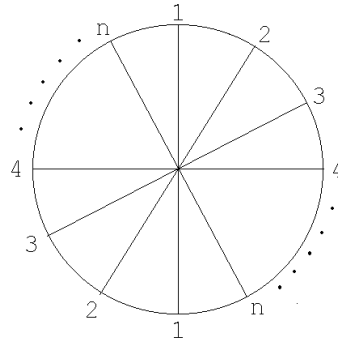
$$\text{Nro. de Cuadrilateros} = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right] \left[\frac{m(m+1)}{2} \right]$$

1	2	3	n
2				
3				
•				
•				
•				
•				
n				

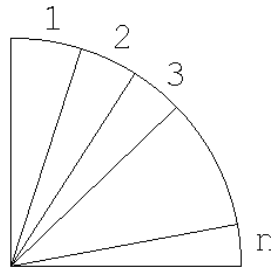
$$\text{Nro. de Cuadrados} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

1	2	3	m
2				
3				
•				
•				
•				
•				
n			

$$\text{Nro. de Paralelepipedos} = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right] \left[\frac{m(m+1)}{2} \right] \left[\frac{p(p+1)}{2} \right]$$



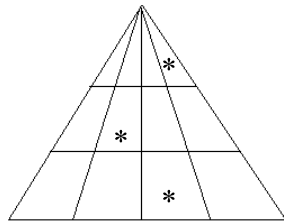
Nro.de Semicirculos = 2n



Nro.de Sectores circulares = $\frac{n(n+1)}{2}$

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Cuantos triángulos tienen por menos un (*) :

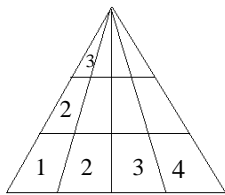


- a) 30 b) 21 c) 9 d) 24 e) 15

Solución:

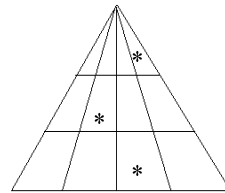
EL número total de triangulo es:

$$\frac{4(5)}{2} \cdot 3 = 30$$



$$N = \frac{n(n+1)}{2} \cdot m$$

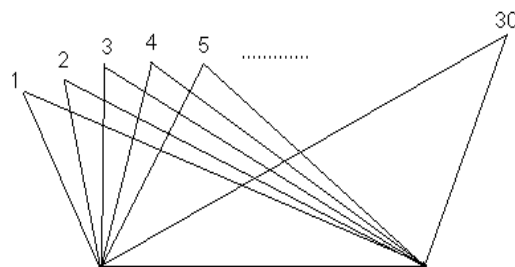
El número de triángulos que no tienen (*) es:



$$\frac{3 \cdot 4}{2} + 3 = 9$$

∴ N° de triángulos que tienen por lo menos un (*) = 30 - 9 = 21

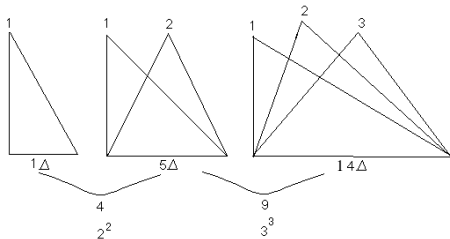
2. ¿Cuántos triángulos hay en la figura?



- a) 2840 b) 930 c) 9455 d) 7281 e) 9331

Solución:

Analizando por partes



Así el N° total de triángulos será:

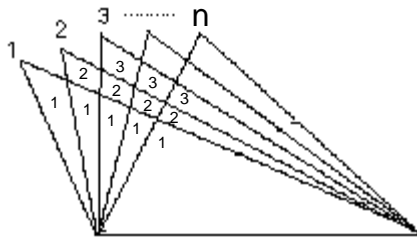
$$N = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 30^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$= \frac{30(30+1)(2 \cdot 30+1)}{6}$$

$$\therefore N = 9455$$

Rpta: c

Nota: La inducción de la sumatoria es la siguiente:



$$N_1 = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$N_2 + N_{21} = (n-1) + \frac{(n-1)n}{2} = 1(n-1) + \frac{(n-1)n}{2}$$

$$N_3 + N_{32} + N_{321} = (n-2) + (n-2) + \frac{(n-2)(n-1)}{2}$$

$$= 2(n-1) + \frac{(n-2)(n-1)}{2}$$

⋮

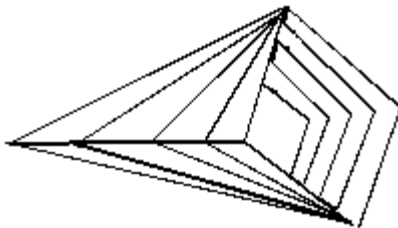
$$N_n + N_{n(n-1)} + N_{n(n-1)(n-2)} + \dots + N_{n\dots 1} = (n-1)1 + \frac{1 \cdot 2}{2}$$

∴ La suma total será:

$$1(n-1) + 2(n-2) + \dots + (n-1) \cdot 1 + \frac{n(n+1)}{2} + \frac{(n-1)n}{2} + \dots + \frac{1 \cdot 2}{2} = \frac{(n-1)n(n+1)}{6} + \frac{n(n+1)(n+2)}{6} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$= \sum_{k=1}^n k^2$$

3. Hallar el número total de cuadriláteros



a) 20

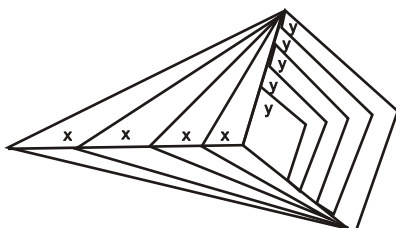
b) 19

c) 18

d) 30

e) 29

Solución:



$$N_x = \frac{4(5)}{2} = 10, N_y = 5, N_{xy} = 4 \Rightarrow N = 19$$

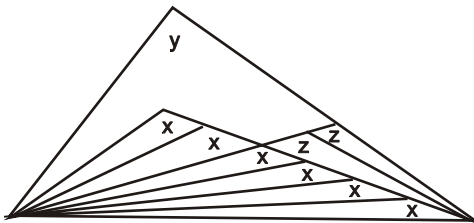
Rpta: b

4. Hallar el número total de triángulos



- a) 28 b) 29 c) 26 d) 27 e) 30

Solución:

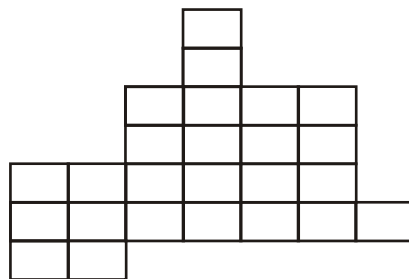


$$N_x = \frac{6(7)}{2} = 21, N_y = 0, N_z = \frac{2(3)}{2} = 3, N_{xy} = 1, N_{xz} = 2, N_{yz} = 0, N_{xyz} = 1$$

$$\therefore N = 28$$

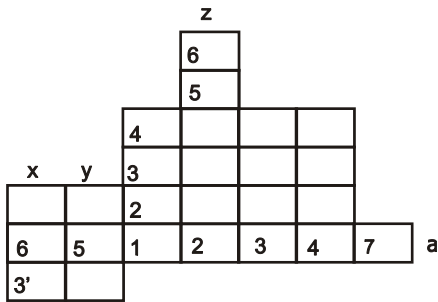
Rpta: a

5. Hallar el número total de cuadriláteros



- a) 120 b) 130 c) 150 d) 160 e) 170

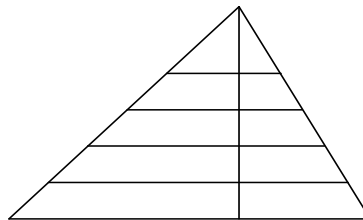
Solución:



En el cuadrilátero mas grande de 4×4 se tiene $N_C = \frac{4(5)}{2} \times \frac{4(5)}{2} = 100$, además:

$$N_z = 5 + 6 = 11, N_a = 7, N_{xy} = (5 + 6) \times \frac{2(3)}{2} + 3 \times \frac{2(3)}{2} = 42 \therefore N_{total} = N_C + N_z + N_a + N_{xy} = 100 + 11 + 7 + 42 = 160$$

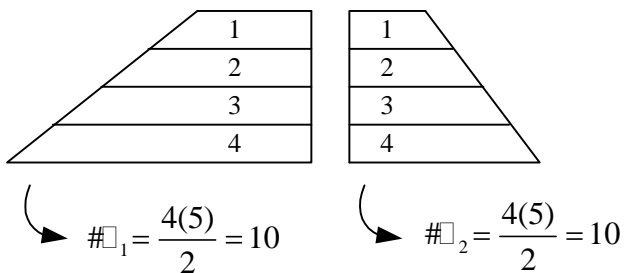
6. Halle el máximo número de cuadriláteros.



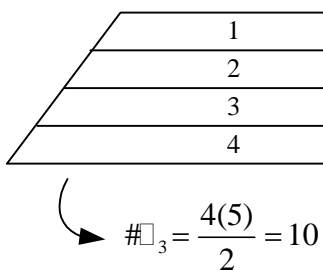
- a) 30 b) 29 c) 28 d) 27 e) 26

Solución:

Contado por partes se tiene:



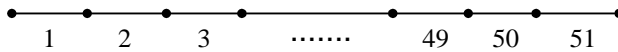
Sin considerar la línea del medio:



Cuadriláteros = 10 + 10 + 10 = 30

\therefore # Cuadriláteros = 30

7. Hallar el total de segmentos:



- a) 1260 b) 1326 c) 1286 d) 1371 e) 1491

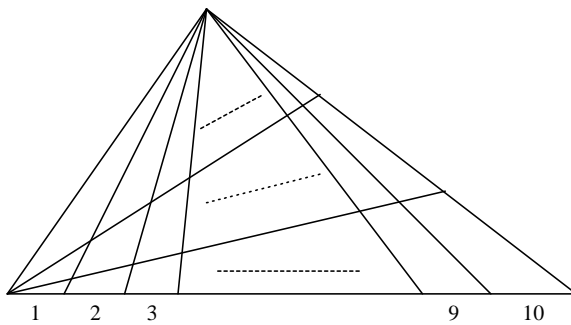
Solución:

Aplicando la fórmula se tiene:

$$\# \text{ segmentos} = \frac{51(52)}{2} = 51(26) = 1326$$

$$\therefore \# \text{ de segmentos} = 1326$$

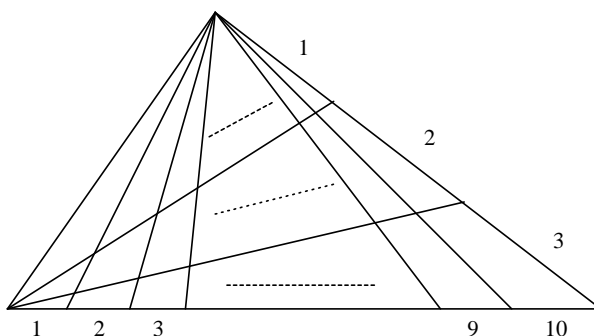
8. ¿Cuántos triángulos se cuenta como máximo?



- a) 110 b) 61 c) 55 d) 195 e) 175

Solución:

Enumerando el otro lado del triángulo:

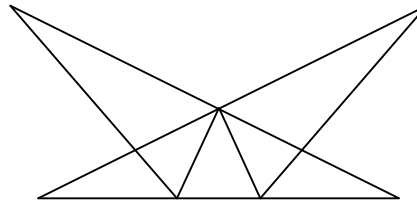


Aplicando la fórmula correspondiente se tiene:

$$\# \Delta = \frac{(10+3)(10)(3)}{2} = 13(15) = 195$$

$$\therefore \# \text{ triángulos} = 195$$

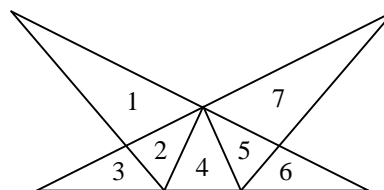
9. Cuente la máxima cantidad de hexágonos en la figura.



- a) 3 b) 2 c) 4 d) 5 e) 1

Solución:

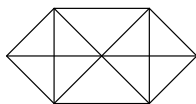
Enumerando cada sector:



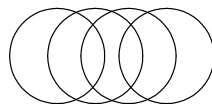
hexágonos = 123457; 124567

∴ # de hexágonos = 2

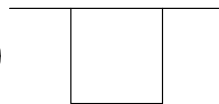
10. ¿Cuál o cuáles de las figuras se puede efectuar de un solo trazo, sin levantar la mano y sin pasar dos veces por una misma línea?



I



II



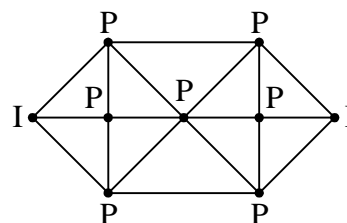
III

- a) i y ii b) i y iii c) ii y iii d) sólo i e) sólo ii

Solución:

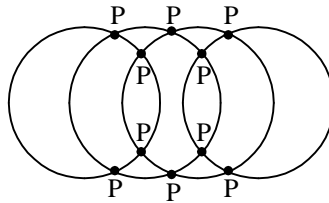
Contando los puntos pares e impares en cada una de las figuras.

Análisis de la fig. (I):



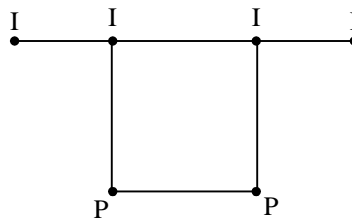
Como la figura I tiene dos puntos impares, por lo tanto se puede construir de un sólo trazo.

Análisis de la fig. II:



Como todos los puntos de la figura II son pares, también se puede realizar de un sólo trazo.

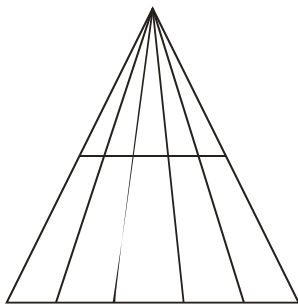
Análisis de la fig. III:



Como la figura III posee 4 puntos impares, no se puede construir de un sólo trazo.

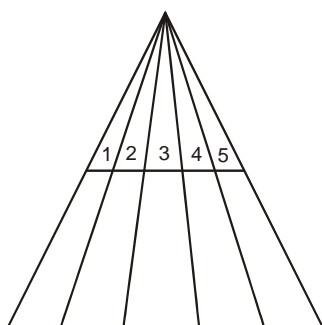
∴ Sólo I y II se puede efectuar de un sólo trazo.

11. ¿Cuántos ángulos agudos como mínimo hay en la figura?



- a) 15 b) 20 c) 25 d) 30 e) 35

Solución:



Por la formula conocida: $\# \angle = \frac{n(n+1)}{2}$

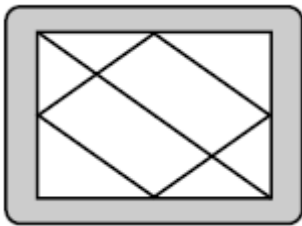
Sustituyendo: $\# \angle = \frac{5(5+1)}{2} + \frac{5(5+1)}{2}$

$$\frac{30}{2} + \frac{30}{2}$$

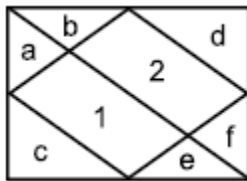
$$15 + 15 = 30$$

12. ¿Cuántos cuadriláteros existe en la figura?

- a) 10 b) 12 c) 13 d) 14 e) 16



Solución:



De 1 = 2 cuadrilateros

De 2 = a1, 1e; b2; 2f; 12

De 3 = a1e; b2f; a1c; c1e; b2d; 2df

De 8 = 1 cuadrilátero

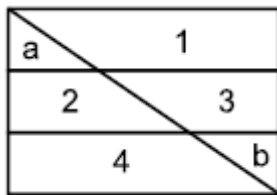
TOTAL DE CUADRILATEROS= 14 Cuadrilateros. Respuesta : D

13. Hallar el total de cuadriláteros.

- a) 10 b) 12 c) 14 d) 9 e) 13



Solución:



De 1 = 4 cuadrilateros

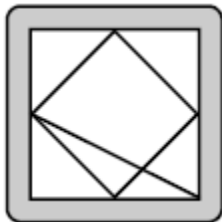
De 2 = a1; 23; 4b, 24; 13

De 4 = a123; 234b

De 6 = a1234b

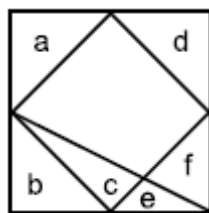
TOTAL DE CUADRILATEROS = 12 Cuadriláteros

14. Hallar el total de cuadriláteros:



- a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) 8

Solución:



De 1 = 1 cuadrilátero

De 2 = bc, 1f; c1

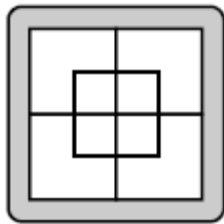
De 3 = 1df

De 4 = a1df

De 7 = 1 Cuadrilátero

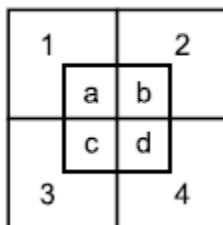
TOTAL DE CUADRILATEROS= 7 Cuadriláteros

15. ¿ Cuántos exágonos hay en total?



- a) 14 b) 16 c) 18 d) 20 e) 15

Solución:



De 1 = 4 hexágonos

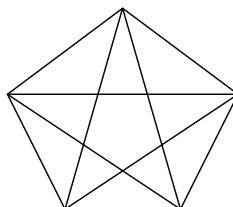
De 3 = acd; cdb; dba; bac; 1ac; 1ab; 3ca; 3cd; 4dc; 4db; 2ba; 2bd

De 6 = 1ac3d; 3cd4b2; 4bd2a1; 2ba1c3

TOTAL DE HEXAGONOS = 20 HEXÁGONOS

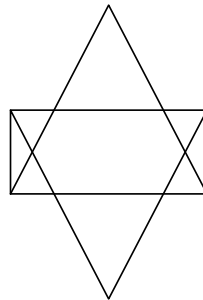
PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Halle el número total de triángulos.



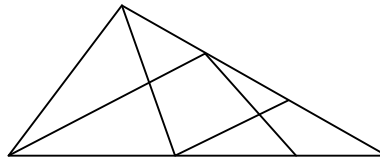
- a) 40 b) 37 c) 35 d) 32 e) 34

2. Cuento la máxima cantidad de hexágonos en la figura.



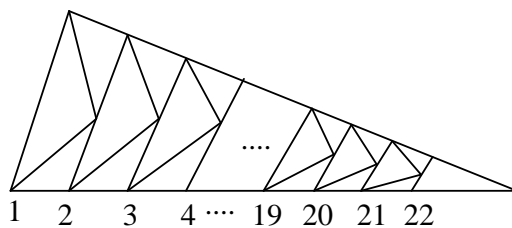
- a) 11 b) 10 c) 12 d) 8 e) 6

3. Cuento la máxima cantidad de hexágonos en la figura.



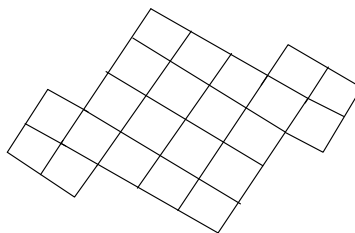
- a) 12 b) 8 c) 7 d) 6 e) 5

4. Calcule el número total de triángulos en la siguiente figura:



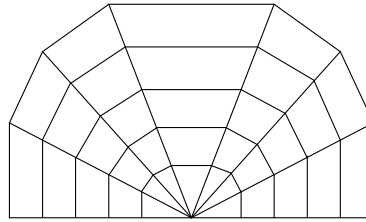
- a) 81 b) 83 c) 85 d) 87 e) 89

5. ¿Cuántos rombos hay en total en la siguiente figura?



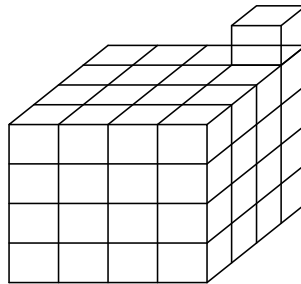
- a) 30 b) 36 c) 38 d) 34 e) 32

6. ¿Cuántos cuadriláteros hay en total?



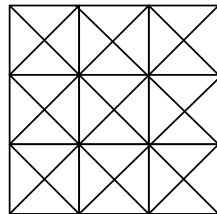
- a) 70 b) 30 c) 130 d) 100 e) 110

7. ¿Cuántos paralelepípedos hay en total?



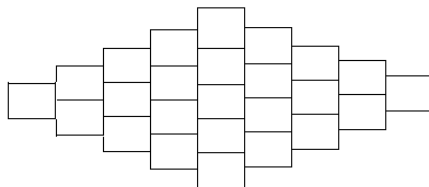
- a) 1500 b) 1501 c) 1503 d) 1505 e) 1515

8. ¿Cuántos cuadrados hay en total en la figura?



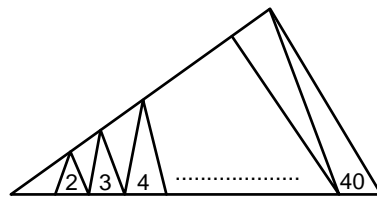
- a) 30 b) 17 c) 21 d) 31 e) 14

9. Calcular el número total de cuadriláteros



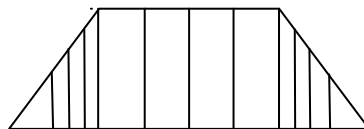
- a) 35 b) 45 c) 55 d) 65 e) 50

10. ¿Cuántos triángulos se pueden contar en la figura?



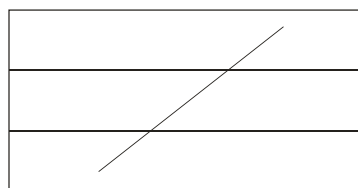
- a) 155 b) 153 c) 152 d) 145 e) 134

11. ¿Cuántos cuadriláteros hay en la siguiente figura?



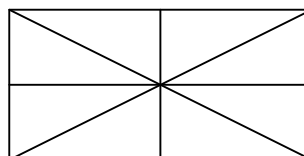
- a) 26 b) 27 c) 30 d) 31 e) 23

12. ¿Cuántos ángulos contiene la figura?



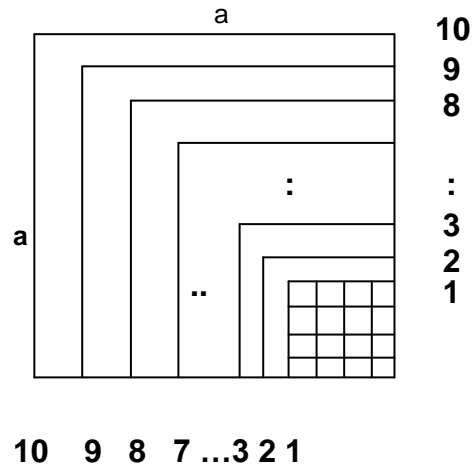
- a) 36 b) 32 c) 25 d) 30 e) 34

13. Halle el máximo número de cuadriláteros.



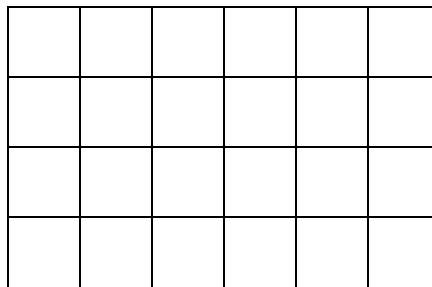
- a) 16 b) 18 c) 17 d) 9 e) 10

14. ¿Cuántos cuadrados existen en la figura?



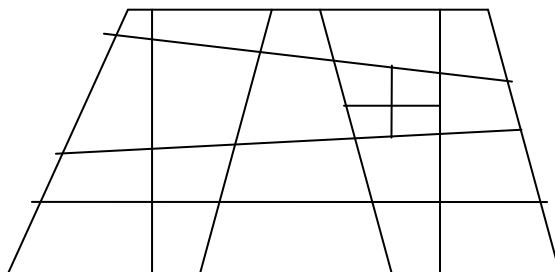
- a) 39 b) 40 c) 38 d) 37 e) 41

15. ¿Cuántos cuadriláteros que no son cuadrados hay en total en la siguiente figura?



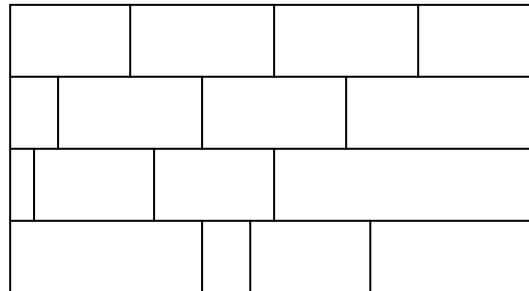
- a) 10 b) 160 c) 50 d) 170 e) 180

16. Cuántos cuadriláteros hay en la siguiente figura?



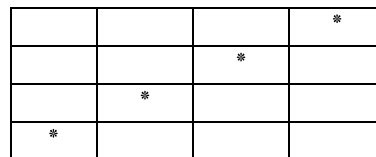
- a) 164 b) 165 c) 166 d) 163 e) 150

17. ¿Cuántos cuadriláteros hay en la siguiente figura?



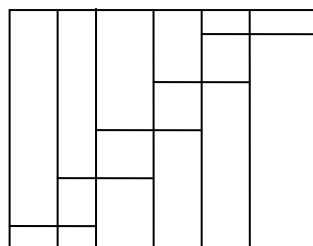
- a) 40 b) 41 c) 45 d) 46 e) 43

18. ¿Cuántos cuadriláteros tienen por lo menos un asterisco en la figura?



- a) 65 b) 70 c) 72 d) 74 e) 76

19. ¿Cuántos cuadriláteros hay en la figura mostrada



- a) 60 b) 45 c) 40 d) 50 e) 55

CLAVE DE RESPUESTAS

1. c	2. a	3. d	4. c	5. c	6. d	7. d	8. d	9. c	10. a
11. d	12. b	13. c	14. a	15. b	16. b	17. d	18. b	19. e	

ANÁLISIS COMBINATORIO

El Análisis combinatorio estudia los arreglos o grupos que se pueden formar con los elementos de un conjunto.

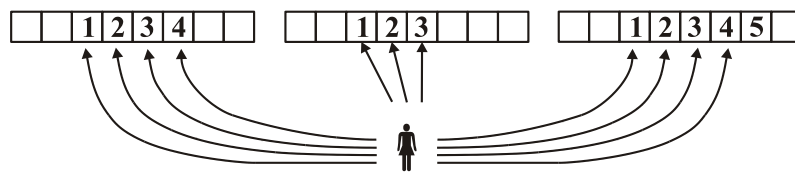
PRINCIPIOS DEL ANÁLISIS COMBINATORIO

Principio de adición: Si un evento A ocurre de “m” maneras diferentes y un evento B de “n” maneras diferentes, entonces el evento A ó B (no simultáneamente) se podrá realizar de “m+n” maneras diferentes.

Ejemplo: El último disco compacto de Enrique Iglesias se puede comprar en 3 supermercados diferentes. En el primero es posible comprarlo en 3 stands; en el segundo es posible comprarlo en 5 stands y en el tercero es posible comprarlo en 4 stands. ¿De cuántas maneras puede adquirirlo el disco?

Solución:

Se puede comprar: 1º super mercado ó 2º super mercado ó 3º super mercado



En total: $3 + 5 + 4 = 12$ maneras diferentes.

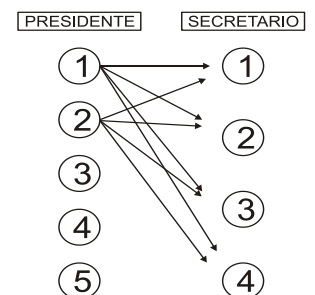
Principio de la multiplicación: Si un evento A ocurre de “m” maneras diferentes y por cada uno de estos el evento B ocurre de “n” maneras diferentes, entonces el evento A seguido de B o A y B simultáneamente ocurre de “m.n” maneras diferentes.

Ejemplo: Si hay 5 candidatos para presidente y 4 para secretario. ¿De cuántas maneras se puede elegir estos dos cargos?

Solución:

Vemos que por cada presidente que se puede elegir, se tiene para elegir 4 secretarios, es decir, en total:

$5 \times 4 = 20$ maneras diferentes para elegir los dos cargos.



FACTORIAL DE UN NÚMERO

La factorial de número positivo “n” denotado por $n!$ ó n se define como el producto de todos los números enteros consecutivos desde 1 hasta n, así:

$$n! = 1.2.3.4... (n-1). n$$

Propiedades:

1. $0! = 1$
2. $1! = 1$
3. $n! = (n-1)! \cdot n = (n-2)! \cdot (n-1) \cdot n = \dots$
4. $a! = b!$ si y solo si $a = b$

Observaciones:

1. $(-5)! = ?$ (no definido)
2. $\frac{m!}{n!} \neq \frac{m}{n}!$
3. $\frac{2}{3}! = ?$ (no definido)
4. $(n \pm m)! \neq n! \pm m!$

Ejemplo 1: Hallar el valor de la siguiente expresión:

$$\frac{10!}{8!+9!} + \frac{24!}{22!+23!} + \frac{30!}{28!+29!}$$

Solución:

Para simplificar este problema utilizaremos la propiedad $n! = (n-1)! \cdot n$, con la finalidad de que todos los factoriales estén en términos de un solo valor, es decir:

$$\begin{aligned} \frac{8! \cdot 9 \cdot 10}{8!+8! \cdot 9} + \frac{22! \cdot 23 \cdot 24}{22!+22! \cdot 23} + \frac{28! \cdot 29 \cdot 30}{28!+28! \cdot 29} &= \frac{8! \cdot 9 \cdot 10}{8!(1+9)} + \frac{22! \cdot 23 \cdot 24}{22!(1+23)} + \frac{28! \cdot 29 \cdot 30}{28!(1+29)} \\ &= \frac{8! \cdot 9 \cdot 10}{8! \cdot 10} + \frac{22! \cdot 23 \cdot 24}{22! \cdot 24} + \frac{28! \cdot 29 \cdot 30}{28! \cdot 30} = 9 + 23 + 29 = 61 \end{aligned}$$

Ejemplo 2: Reducir:

$$M = \frac{(n-1)! + n! + (n+1)!}{(n-1)! + n!}$$

Solución:

Utilizando la propiedad $n! = (n-1)! \cdot n$, tenemos:

$$\begin{aligned} M &= \frac{(n-1)! + n! + (n+1)!}{(n-1)! + n!} = \frac{(n-1)! + (n-1)!n + (n-1)!n(n+1)}{(n-1)! + (n-1)!n} \\ &= \frac{(1+n+n(n+1))(n-1)!}{(1+n)(n-1)!} = n+1 \end{aligned}$$

PERMUTACIÓN.- Son los diferentes arreglos u ordenamientos, que se pueden formar con todos o parte de los elementos, considerando el orden en su ubicación.

Permutación Lineal.- Se da cuando los elementos son todos distintos y se ordenan en línea recta.

$$P_n = n!$$

Ejemplo: De cuantas maneras diferentes pueden llegar 4 atletas a la meta, si llegan, uno a continuación del otro.

Solución:

$$P_4 = 4! = 1.2.3.4 = 24 \text{ maneras diferentes.}$$

Permutación Circular.- Es un arreglo alrededor de un objeto. En estos ordenamientos no hay ni primer ni último elemento. La permutación circular de n elementos es definido por:

$$P_c(n) = (n - 1)!$$

Ejemplo: El gerente de una empresa convocó a reunión de urgencia a 7 de sus colaboradores para tratar asuntos relacionados con la empresa. Ellos se disponen a sentarse alrededor de una mesa redonda para iniciar la discusión.

- a) ¿En cuántas maneras diferentes pueden sentarse los ocho hombres?
- b) ¿En cuántas maneras diferentes pueden sentarse los ocho hombres si el asistente debe estar al lado del gerente?

Solución:

$$a) P_c(8) = (8 - 1)! = 7! = 5040$$

b) como dos hombres tienen que sentarse juntas podemos considerarla como si solo hubiera solo 7 hombres, es decir;

$$P_c(7) = (7 - 1)! = 6! = 720$$

Hay que notar que el gerente y el asistente tienen dos posiciones diferentes de sentarse lo cual implica que hay

$$2(720) = 1440 \text{ maneras de sentarse con los dos hombres juntos.}$$

Permutación con Repetición.- Es un arreglo en el cual hay de elementos que se repiten. Si “n” es el número de elementos donde hay:

- k_1 , elementos que de una primera clase.
- k_2 , elementos que de una segunda clase.
- .
- .
- .
- k_r , elementos que de una r – ésima clase.

El número de permutaciones diferentes esta dado por:

$$P_{(k_1, k_2, \dots, k_r)}^n = \frac{n!}{k_1! k_2! \dots k_r!}$$

Donde: $k_1 + k_2 + \dots + k_r \leq n$

Ejemplo: ¿Cuántos números de 5 cifras, son tales que 3 de sus cifras es 8 y las dos restantes 7?

Solución:

Vamos ha tener números de 5 cifras en los cuales:

- 3 elementos son 8.
- 2 elementos son 7.

$$P_{(3,2)}^5 = \frac{5!}{3!2!} = 10$$

Es decir, habrá 10 números de 5 cifras, con 3 de sus cifras 8 y dos 7.

VARIACION Es el número de permutaciones de “n” elementos tomados de k en k y

esta dado por: $P_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$; $0 \leq k \leq n$

Ejemplo ¿Cuántos partidos de fútbol se jugaran en dos ruedas con 20 equipos, jugando todos contra todos, en partidos de ida (primera rueda) y vuelta (segunda rueda)?

Solución:

Todo partido se juega de dos en dos, es decir, tenemos que hallar una permutación de 20 elementos tomados de 2 en 2, así:

$$P_2^{20} = \frac{20!}{(20-2)!} = 20 \cdot 19 = 380$$

Es decir, se jugaran 380 partidos.

Ejemplo ¿Cuántos números diferentes de 3 cifras se pueden formar con los dígitos del 1 – 5?

Solución:

Tenemos que hallar una permutación de 5 elementos tomados de 3 en 3, así:

$$P_3^5 = \frac{5!}{(5-3)!} = 5 \cdot 4 = 60$$

Es decir, se pueden formar 60 números diferentes.

COMBINACION Es una selección o agrupación que se puede formar, con parte o todos los elementos de un conjunto, y no interesa el orden. El número de combinaciones de “n” elementos, tomados de k en k; esta dado por:

$$C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!}; \quad 0 \leq k \leq n$$

Propiedades:

1. $C_0^n = 1$
2. $C_1^n = n$
3. $C_n^n = 1$
4. $C_k^n = C_{n-k}^n$
5. $C_0^n + C_1^n + C_2^n + \dots + C_n^n = 2^n$

Ejemplo ¿Cuántos partidos de fútbol se jugaran en una sola rueda con 20 equipos, jugando todos contra todos?

Solución:

Todo partido se juega con dos equipos, es decir, tenemos que hallar una combinación de 20 elementos tomados de 2 en 2, así:

$$C_2^{20} = \frac{20!}{2!(20-2)!} = 190$$

Es decir, se jugaran 190 partidos.

Ejemplo Con 10 voleibolistas seleccionadas ¿Cuántos equipos de vóley se pueden formar?

Solución:

Como un equipo de vóley se forma con 6 jugadoras, entonces se puede formar:

$$C_6^{10} = \frac{10!}{6!(10-6)!} = 210$$

Es decir, se pueden formar 210 equipos.

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Reducir:

$$M = \frac{(n!)!.n!+(n!)!}{(n!-1)!.n!}$$

- a) n! b) n!+1 c) (n+1)! d) n!+2 e) (n+2)!

Solución:

Utilizando la propiedad $n!=(n-1)!.n$, tenemos:

$$M = \frac{(n!)!.n!+(n!)!}{(n!-1)!.n!} = \frac{(n!-1)!.n!.n!+(n!-1)!.n!}{(n!-1)!.n!} = \frac{(n!+1)(n!-1)!.n!}{(n!-1)!.n!} = n!+1$$

2. Reducir $P = \frac{(x+1)!+x!}{(x-1)!+(x-2)!} - x + 2$

- a) 0 b) 1 c) x d) x^2 e) -x

Solución

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{(x+1) \cdot x \cdot (x-1)(x-2)! + x \cdot (x-1)(x-2)!}{(x-1)(x-2)! + (x-2)!} - x + 2 \\
 &= \frac{(x+1) \cdot x \cdot (x-1) + x \cdot (x-1)}{(x-1) + 1} - x + 2 \\
 &= (x+1)(x-1) + (x-1) - x + 2 \\
 &= x^2
 \end{aligned}$$

3. Si $x \in \mathbb{N}$, resolver $\frac{(x+1)! \cdot x!}{(x+1)! - x!} = 99(x-2)!$

- a) 7 b) 8 c) 9 d) 10 e) 11

Solución

$$\frac{(x+1)! \cdot x!}{(x+1)x! \cdot x!} = 99(x-2)!$$

$$\frac{(x+1)!}{x} = 99(x-2)!$$

$$\frac{(x+1)x(x-1)(x-2)!}{x} = 99(x-2)!$$

$$(x+1)(x-1) = 99$$

$$x = 10$$

4. ¿De cuántas maneras 5 parejas de novios pueden ubicarse alrededor de una mesa circular, de modo que las parejas siempre estén juntas?

a) 628 b) 768 c) 742 d) 736 e) 754

Solución

Como cada pareja va junta, tiene 2 posibilidades de hacerlo, luego el número de maneras será:

$$N = 2 \times 2 (2 (2 (2 ((5 - 1) ! = 768$$

5. Una pareja de enamorados y 4 amigos se ubican en una fila de 6 asientos. ¿De cuántas maneras se podrán ubicar dichas personas, si la pareja debe estar en el centro?.

a) 40 b) 46 c) 45 d) 50 e) 48

Solución

Como los enamorados van juntos, entonces tiene 2 posibilidades. Los 4 asientos restantes se permutan entre los 4 amigos, luego el número de maneras será:

$$N = 2 (P(4) = 2 (4! = 48$$

6. ¿Cuántos arreglos diferentes se pueden hacer con las letras de la palabra “japanaja”

a) 8! b) 840 c) 120 d) 8 e) 64

Solución:

Vemos que la palabra JAPANAJA es arreglo de 8 caracteres, donde se repiten dos letras:

- 4, de la letra a.
- 2, de la letra j.

Así, el número de arreglos que se tiene es:

$$P_{(4,2)}^8 = \frac{8!}{4!.2!} = 840$$

7. Un asta tiene 3 posiciones y se disponen de 4 banderas diferentes. ¿Cuántas señales diferentes se pueden hacer colocando 2 banderas?

- a) 12 b) 48 c) 36 d) 72 e) 24

Solución:

En primer lugar obtendremos, cuantos arreglos de dos banderas se puede formar; esto es:

$$P_2^4 = \frac{4!}{2!} = 12$$

Es decir, que se puede tener 12 arreglos con dos banderas, pero hay que observar que el asta tiene tres posiciones, de ahí, cualquier par de banderas puede generar 3 señales. Por lo tanto el número total de señales es: $3(12) = 36$

8. En una conferencia internacional asisten 5 diplomáticos peruanos y 9 colombianos, ¿De cuántas maneras se puede formar una comisión de trabajo de 6 miembros, en la que estén presentes por lo menos tres diplomáticos peruanos y por lo menos un colombiano?

- a) 840 b) 1029 c) 849 d) 1002 e) 720

Solución:

$$\begin{aligned}
 &|3P|3C| \text{ ó } |4P|2C| \text{ ó } |5P|1C| \quad P=\text{Peruano}, C=\text{Colombiano} \\
 &C_3^5 \cdot C_3^9 + C_4^5 \cdot C_2^9 + C_5^5 \cdot C_1^9 = \frac{5!}{3!(5-3)!} \cdot \frac{9!}{3!(9-3)!} + \frac{5!}{4!(5-4)!} \cdot \frac{9!}{2!(9-2)!} + 1 \cdot 9 \\
 &= 1029
 \end{aligned}$$

9. ¿De cuántas maneras diferentes se puede vestir una persona que tiene 6 ternos (2iguales), 5 pares que medias (3 iguales), 2 pares de zapatos, 8 corbatas (2 iguales) y 6 camisas (3 iguales)?

- a) 420 b) 280 c) 288 d) 840 e) 2880

Solución:

Para resolver este problema debemos de tener en cuenta que, cuando varios elementos son iguales en una misma categoría, solo se considera uno en vez de los elementos iguales. En el ejercicio, se tiene 6 ternos, Pero 6 ternos = 4(diferentes)+2 (iguales), y para vestirse (diferente) dispondrá solo de 5 ternos. Análogamente, sucede: Para los pares de medias como hay 5 pares = 2(diferentes) + 3(iguales), y para vestirse (diferente) dispondrá solo de 3 pares de medias.

Para las 8 corbatas = 6(diferentes) + 2(iguales), y para vestirse (diferente) dispondrá solo de 7 corbatas.

Para las 6 camisas = 3(diferentes) + 3(iguales), y para vestirse (diferente) dispondrá solo de 4 camisas.

Luego, el número de maneras diferentes que se puede vestir la persona es:

Zapatos	medias	camisas	corbatas	ternos	
2 x	3 x	4 x	7 x	5	= 840

- 10.** Se tiene cuatro libros 4 libros de Aritmética y 3 libros de Algebra. ¿De cuantas formas se podrán ubicar en un estante donde solo entran 5 libros y deben estar alternados?
 a) 144 b) 288 c) 210 d) 216 e) 343

Solución:

Las distribuciones pueden ser:

$X|Y|X|Y|X$ ó $Y|X|Y|X|Y$ (Y=algebra y X=aritmética)

$$P_3^4 \times P_2^3 + P_3^3 \times P_2^4 = \frac{4!}{(4-3)!} \times \frac{3!}{(3-2)!} + 3! \times \frac{4!}{(4-2)!} = 216$$

- 11.** Un club de futbol tiene 10 jugadores. ¿Cuántos equipos de 6 jugadores puede formarse sabiendo que en cada equipo el capitán es el mismo.
 a) 140 b) 126 c) 1512 d) 936 e) 112

Solución:

Para resolver este problema, tenemos que agrupar de 6 en 6, de los 10 jugadores. Además por dato tenemos que todos los grupos van a tener un mismo capitán, eso quiere decir que tenemos que agrupar solo de 5 en 5 ya que uno es fijo además solo se dispondría de 9 jugadores.

Esto es: $C_5^9 = \frac{9!}{5!(9-5)!} = 126$

12. Si el cuádruplo del número de variaciones de “n” objetos tomados de 3 en 3 es igual al quíntuplo del número de variaciones “n-1” objetos tomados de 3 en 3. ¿Cuál es el valor de “n”?

- a) 10 b) 15 c) 18 d) 20 e) 30

SOLUCION:

$$4V_3^n = 5V_3^{n-1}$$

Tenemos la formula: $V_l^k = \frac{k!}{(k-l)!}$

Sustituyendo y operando: $4 \frac{n!}{(n-3)!} = \frac{5 \cdot (n-1)!}{(n-4)!}$

$$\frac{4 \cdot (n) \cdot (n-1)!}{(n-3) \cdot (n-4)!} = \frac{5 \cdot (n-1)!}{(n-4)!}$$

$$\frac{4n}{n-3} = \frac{5}{1}$$

$$4n = 5n - 15$$

$$n = 15$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

- Calcular $\left(\frac{9!+8!}{8!}\right)\left(\frac{10!+9!}{9!}\right)$
 a) 110 b) 120 c) 130 d) 10 e) 12
- Hallar x si: $\left(\frac{2x}{5} - 12\right)! = 40320$
 a) 50 b) 20 c) 30 d) 40 e) 10
- Hallar a si: $a!(a! - 3) = 18(a! + 4)$
 a) 5 b) 3 c) 6 d) 2 e) 4
- Resolver: $\frac{(x-5)! \cdot (x-6)!}{(x-5)! - (x-6)!} = 720(x^2 - 12x + 35)$
 a) 11 b) 19 c) 13 d) 14 e) 15
- Reducir: $P = \frac{(x+1)! + x!}{(x-1)! + (x-2)!} - x + 2$
 a) 0 b) 1 c) x d) x^2 e) $-x$
- Resolver: $\frac{(x+1)! \cdot x!}{(x+1)! - x!} = 99(x-2)!$
 a) 8 b) 9 c) 7 d) 11 e) 10

7. ¿Cuál de las siguientes expresiones dadas representa el producto de los “ n ” primeros números impares?

- a) $\frac{(2n-1)!}{2^n(n-1)!}$ b) $\frac{(2n)!}{2^n \cdot n!}$ c) $\frac{2^{n-1}}{(2n)!}$
 d) $\frac{2^{n-1}}{(2n-1)!}$ e) $\frac{2^{n+1}}{(2n-1)!}$

8. Simplificar: $\frac{2^{-n} \cdot (2n)!}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}$

- a) 1 b) n c) $n!$ d) $n+1$ e) $n-1$

9. Calcular: $M = \frac{7!! - 1)! \cdot (7! - 1)! \cdot (7-1)!}{7!!!}$

- a) 1 b) $7!$ c) $\frac{1}{7!}$ d) $\frac{1}{7}$ e) 49

10. Hallar n si se cumple: $\frac{(6!!!)(5!!)(4!!!)}{(5!-1)! \cdot 24!! \cdot 3!!!!} = n!$

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

11. Calcular: $\frac{25! \cdot 4! \cdot 4!!! \cdot 5!}{4!! \cdot 5! - 4! \cdot 24!!}$

- a) 5 b) 1 c) 4 d) 8 e) 6

12. Hallar “ n ” $n! + 5 = \frac{22(n! + 1)}{n! - 5} + \frac{1}{n! - 5}$

- a) 4 b) 2 c) 3 d) 6 e) 8

13. Hallar “ a ” $\frac{(a! + 1)! - a!!}{a!! - (a! - 1)! \cdot (a! - 1)} = 6a!$

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 6

14. Calcular x en:

$$\frac{x! + (x-1)!}{(x+1)!} = \frac{C_{15}^{19} + C_{17}^{19} + 2C_3^{19}}{21xC_4^{20}}$$

- a) 12 b) 14 c) 16 d) 17 e) 18

15. En cuántos ceros termina el desarrollo de:

$$M = (420! + 600!)^3$$

- a) 120 b) 168 c) 504 d) 103 e) 309

16. Un producto que se vende, en el primer mercado lo ofrecen en 5 tiendas, en el segundo en 4 tiendas y en el tercer mercado en 6 tiendas. ¿De cuántas maneras puede venderse el producto?
- a) 120 b) 15 c) 360 d) 45 e) 90
17. Una alumna tiene para vestirse 4 blusas, 3 pantalones, 2 faldas y 6 pares de zapatos. ¿De cuántas formas se podrá vestir?
- a) 120 b) 144 c) 100 d) 15 e) 110
18. Un funcionario desea viajar de Lima a Juliaca y tiene a su disposición 3 líneas aéreas y 5 líneas terrestres. ¿De cuántas maneras diferentes puede realizar dicho viaje?
- a) 15 b) 2 c) 8 d) 4 e) 30
19. De una ciudad A a otra ciudad B hay 6 caminos diferentes. ¿De cuántas maneras se puede hacer el viaje de ida y vuelta, si en el regreso no puede tomar el camino de ida?
- a) 12 b) 42 c) 25 d) 36 e) 30
20. ¿De cuántas maneras puede vestirse Lalo si tiene 6 pantalones, 4 camisas y 5 pares de zapatos, todos de diferente color entre sí. Si la camisa blanca siempre lo usa con el pantalón azul y éste con ninguna otra camisa?
- a) 90 b) 80 c) 95 d) 75 e) 65
21. Anita tiene 6 blusas de colores diferentes y 5 minifaldas también de colores distintos. ¿De cuántas maneras diferentes puede lucir ambas prendas a la vez, si la blusa azul y la minifalda blanca las usa siempre juntas y la minifalda roja con la blusa negra nunca las usa juntas?
- a) 25 b) 26 c) 27 d) 28 e) 29
22. La cerradura de la caja fuerte de una bodega consta de 4 discos, cada una de ellas con 9 posiciones. Una vez cerrada la caja fuerte, para abrirla de nuevo, cada uno de los discos debe estar en la posición correcta. Si un ladrón desea abrir la caja fuerte, ¿Cuántos intentos errados como máximo tendrá que realizar?
- a) 6545 b) 6560 c) 5640 d) 6734 e) 1980
23. Se tiene 9 frutas diferentes. ¿De cuántas maneras se puede preparar un jugo con 5 frutas?
- a) 126 b) 170 c) 350 d) 218
e) 210

24. Se tienen 4 consonantes y 3 vocales. ¿Cuántas palabras de 5 letras diferentes se pueden formar con 3 consonantes y 2 vocales?
 a) 720 b) 1440 c) 2880 d) 540 e) 14400
25. ¿Cuántos arreglos se pueden hacer con las letras de la palabra RELEER?
 a) 48 b) 96 c) 72 d) 60 e) 144
26. Se ponen 6 libros en un estante habiendo 2 libros de Algebra. ¿De cuántas maneras se pueden ordenar los libros, si los que no son de Algebra deben estar juntos?
 a) 48 b) 96 c) 72 d) 288 e) 144
27. En una oficina se requieren 3 ingenieros, 2 periodistas y 1 matemático. ¿De cuántas maneras se pueden elegir si se presentan 5 ingenieros, 4 periodistas y 3 matemáticos?
 a) 180 b) 182 c) 190 d) 200 e) 172
28. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden disponer 7 niños para jugar a la ronda, si uno de ellos no quiere separarse de su hermanito?
 a) 180 b) 240 c) 190 d) 200 e) 172
29. ¿De cuántas formas pueden ordenarse 5 personas en una hilera si una de ellas siempre debe estar en uno de los extremos?
 a) 24 b) 72 c) 48 d) 36 e) 120
30. En una reunión deben intervenir 5 personas: A; B; C; D y E. ¿De cuántas maneras se pueden distribuir en la ruta de oradores, con la condición de que B no debe intervenir antes que A?
 a) 120 b) 24 c) 60 d) 90 e) 48

CLAVE DE RESPUESTAS

1. a	2. a	3. e	4. d	5. d	6. e	7. b	8. c	9. d	10. e
11. a	12. a	13. b	14. d	15. e	16. b	17. a	18. c	19. a	20. b
21. a	22.	23. e	24. b	25. d	26. b	27. a	28. b	29. c	30. d

RELACIONES FAMILIARES

Tenga presente que una persona puede desempeñar diferentes papeles al mismo tiempo, así puede ser: abuelo, padre, hijo, nieto, hermano, esposo, etc.

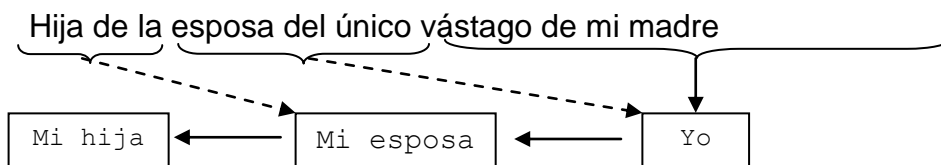
PROBLEMAS RESUELTOS

1. ¿Qué parentesco tiene conmigo la hija de la esposa del único vástago de mi madre?

- A) Hermana B) Prima C) Sobrina
 D) Hija E) Nieta

Solución:

Se empieza a analizar por la parte última.



Hija

2. Un caballero se encuentra con una dama y le dice “creo conocerla”. La dama le responde “quizás porque su madre fue la única hija de mi madre”. ¿Quién es la dama?

- A) Su tía B) Su hermana C) Su abuela
 D) Su madre E) Su prima

Solución:

Si: su madre fue la única hija de mi madre.

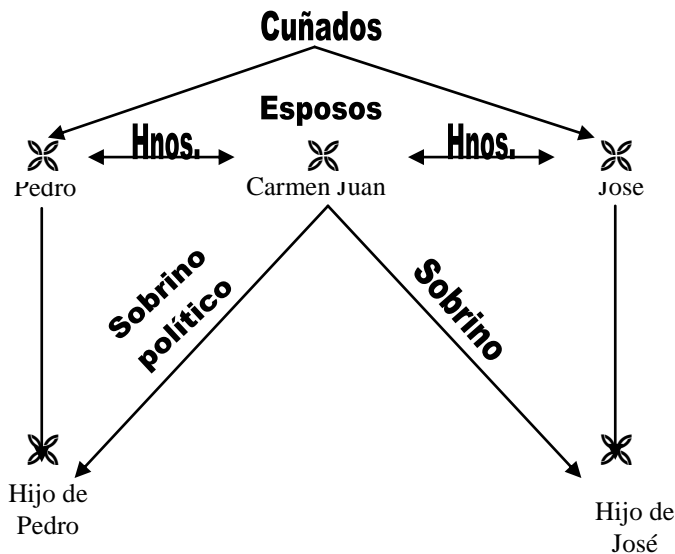
∴ La dama es madre del caballero

Madre

3. Pedro es concuñado de José porque su única hermana se ha casado con el único hermano de éste. Si los hijos de Pedro y José son ahijados de Carmen – hermana de Pedro - pero no de Juan - hermano de José -, entonces los hijos, en relación con Juan, resultan ser:

- A) o bien ahijados, o bien hijos.
 B) ambos, sus sobrinos naturales.
 C) uno su sobrino natural, el otro su ahijado.
 D) uno su sobrino político, el otro su ahijado.
 E) uno sobrino natural, el otro sobrino político.

Solución:

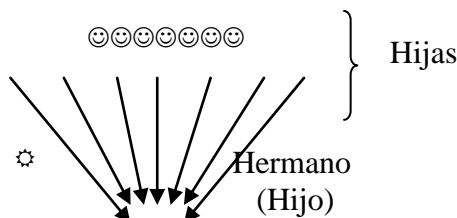


Sobrino natural y el otro sobrino político.

4. En la familia del Chino Chang hay 7 hijas y cada hija tiene un hermano. ¿Cuántas personas conforman la familia del chino Chang?:

A) 18 B) 15 C) 10 D) 9 E) 7

Solución:

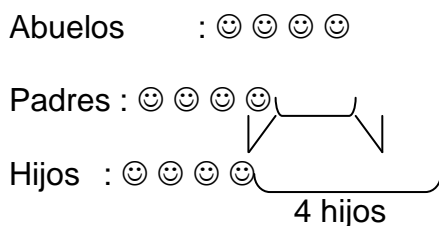


∴ 8 hijos + 2 padres = 10 personas

5. Una familia está formada por los padres y cuatro hijos. Dos son hijos de padres y madres, uno es sólo hijo de padre y el otro sólo de la madre. Dos de los abuelos/las, han fallecido. ¿Cuál es el mínimo número de abuelos vivos?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 8

Solución:



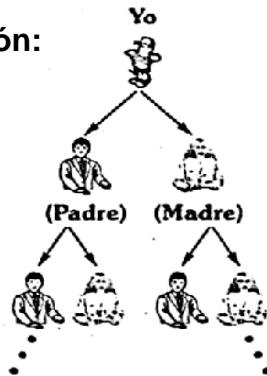
Para que el número de abuelos vivos sea mínimo entonces los 2 fallecidos deben ser justamente abuelos.

∴ Quedan = $4 - 2 = 2$ abuelos vivos

6. ¿Cuántos ancestros tenía usted hace 10 generaciones?

- A) 2046 B) 2022 C) 1024 D) 1022 E) 1020

Solución:



Nº de Ancestros

→ $2 = 2^1$ (1ra generación)

→ $4 = 2^2$ (2da generación)

∴ Hace 10 generaciones tenía:

$2^{10} = 1024$ ancestros

7. Cuando Fernando iba a la ciudad se cruzó con Carlos a quien acompañaban sus cinco esposas, cada esposa con tres hijos y cada hijo con dos amigos.

¿Cuántas personas iban a la ciudad?

- A) 23 B) 21 C) 18
D) 22 E) 1

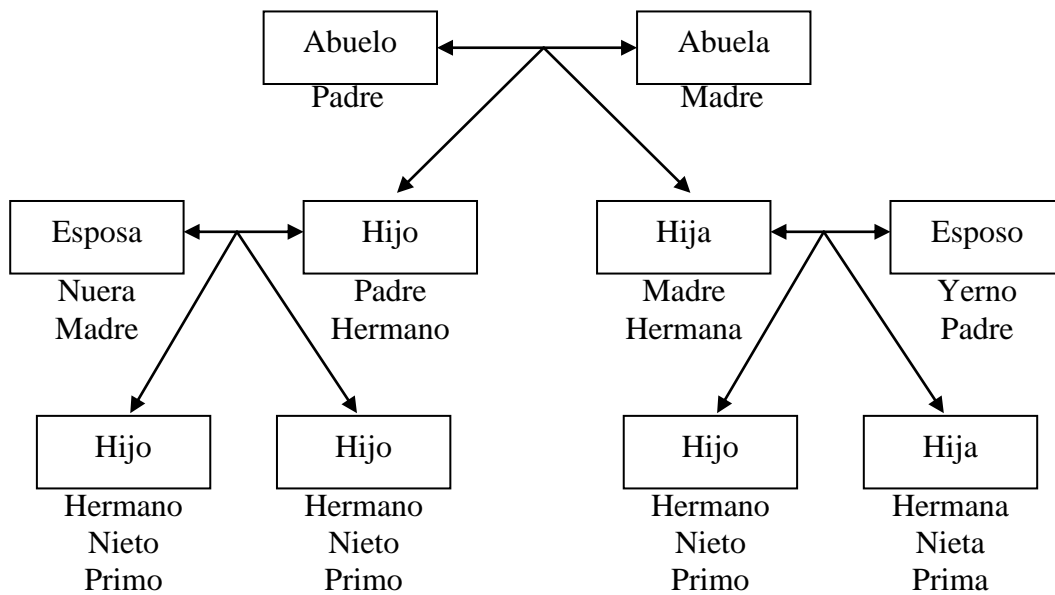
Solución:

El único que iba a la ciudad, es Fernando. 1

8. En una familia hay 1 abuelo, 1 abuela, 3 padres, 3 madres, 4 hijos, 2 hijas, 4 hermanos, 2 hermanas, 3 nietos, 1 nieta, 3 primos, 1 prima, 1 nuera y un yerno. ¿Cuántas personas como mínimo la conforman?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Solución:



∴ Mínimo 10 personas

9. Un día le preguntaron a César: ¿Cuántos hermanos y hermanas tienes? César respondió “Tengo tantos hermanos como hermanas” Ruth, la hermanita de César, interfirió en la conversación y dijo: “Sin embargo, yo tengo el doble de hermanos que de hermanas”, indicar cuántas hermanas tiene César.

A)3 B)4 C)5 D)2 E)6

Solución:

- Sea “x” el número de hermanas de César, luego

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Hermanas: } x \\ \text{Hermanos: } x \end{array} \right.$$

César

Entonces podemos deducir que:

Total de varones: $x + 1$
 Total de mujeres: x César ↪

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Hermanos: } a + 1 \\ \text{Hermanas: } a - 1 \end{array} \right.$$

Ruth

- Luego de lo que dice Ruth

$$x + 1 = 2(x - 1)$$

$$x + 1 = 2x - 2$$

$$\therefore x = 3$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

PROBLEMA 01

La señorita María, al mirar el retrato de un hombre, le dijo a su padre, que es hijo único: "La madre de ese hombre era la suegra de mi madre". ¿Qué parentesco hay entre la señorita María y el hombre del cuadro?

- A) Hija B) esposa C) prima D) novia E) hermana

PROBLEMA 02

Karín es hija de Paola y Paola es hija de Andrés, el cual es el esposo de Carmín. Entonces podemos decir que Karín es... de Carmín.

- A) Sobrina B) hija C) nieta D) hermana E) prima

PROBLEMA 03

Yo tengo tantos hermanos como hermanas, pero mi hermana tiene la mitad de hermanas que de hermanos. ¿Cuántos somos nosotros como mínimo?

- A) 8 B) 5 C) 7 D) 9 E) 10

PROBLEMA 04

¿Quién es, respecto a mí, el primo del hijo de la única hermana de mi madre?

- A) Yo mismo B) mi tío C) mi sobrino D) mi primo
E) mi hermana

CLAVE DE RESPUESTA

1. a	2. c	3. c	4. a
------	------	------	------

ORDEN DE INFORMACIÓN

Este capítulo se caracteriza por presentar problemas con datos desordenados pero que contienen toda la información, dicha información se debe ordenar adecuadamente por medio de diagramas, relacionando los diferentes datos proporcionados, para así llegar a la solución.

Para su mejor comprensión lo dividiremos en las siguientes partes:

I. ORDENAMIENTO CRECIENTE O DECRECIENTE

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Miguel y Enrique nacieron el mismo día. Oliver es menor que Enrique, Claudio es menor que Oliver, pero Genaro es mayor que Miguel. Por lo tanto el menor de todos es:
 A) Enrique B) Genaro C) Miguel D) Oliver E) Claudio

Solución:

- Se trata de formar en un solo sentido las desigualdades (ya sea solo “<” ó Únicamente “>”). Luego
- Miguel Enrique
- Oliver < Enrique
- Claudio < Oliver
- Gerardo > Miguel → Miguel < Gerardo

Ordenando datos de menor a mayor

Claudio < Oliver < Enrique = Miguel < Gerardo

↳ Menor de todos

2. Juan tiene más edad que Ernesto, Ernesto tiene menos edad que Luis, pero más que Cecilia. ¿Cuál de las siguientes conclusiones será siempre verdadera?
 A) Juan tiene más edad que Luis.
 B) Juan tiene menos edad que Cecilia.
 C) Juan tiene menos edad que Luis.
 D) Juan tiene más edad que Cecilia.
 E) Juan tiene igual edad que Luis.

Solución:

Datos

- Juan > Ernesto
- Ernesto < Luis → Luis > Ernesto
- Ernesto > Cecilia

Ordenando datos

$$\begin{cases} \text{Juan} > \text{Ernesto} > \text{Cecilia} \\ \text{Luis} > \text{Ernesto} \end{cases}$$

∴ Juan tiene más edad que Cecilia

3. Manuel, Juan, Enrique, César y Víctor son hermanos. Si Manuel es mayor que Juan, Manuel es menor que Enrique, Víctor es mayor que Enrique y Víctor es menor que César. ¿Cuál es el mayor de todos los hermanos?
 A) Manuel B) Enrique C) Víctor D) César E) Juan

Solución:

- Manuel > Juan
- Manuel < Enrique → Enrique > Manuel
- Víctor > Enrique
- Víctor < César → César > Víctor

Ordenando de mayor a menor

$$\boxed{\text{César}} > \text{Víctor} > \text{Enrique} > \text{Manuel} > \text{Juan}$$

↳ Mayor de todos Cesar

4. Acerca de las edades de un grupo de amigos se tiene la siguiente información: Pedro es menor que Carlos, Segundo es mayor que Roberto, Manuel y Néstor son mellizos, Roberto y Carlos tienen la misma edad, Adán es menor que Pedro, así como Segundo es menor que Manuel.
 El menor de todos los amigos es
 A) Pedro B) Adán C) Segundo D) Manuel E) Roberto

Solución:

- Pedro < Carlos
- Segundo > Roberto → Roberto < Segundo
- Manuel = Néstor
- Roberto = Carlos
- Adán < Pedro
- Segundo < Manuel

Ordenando datos tenemos

$$\boxed{\text{Adán}} < \text{Pedro} < \text{Carlos} = \text{Roberto} < \text{Segundo} = \text{Manuel} = \text{Néstor}$$

↳ Menor de todo Adán

5. En un concurso de matemáticas se premiaron a los cinco primeros alumnos. Si Roberto obtuvo menor puntaje que Pedro, Juan obtuvo más puntaje que Alberto, Miguel más puntaje que Juan y Alberto el mismo puntaje de Pedro. ¿Quién obtuvo el primer puesto?
 A) Roberto B) Pedro C) Juan D) Alberto E) Miguel

Solución:

- Roberto < Pedro → Pedro > Roberto
- Juan > Alberto
- Miguel > Juan
- Alberto = Pedro

Miguel > Juan > Alberto = Pedro > Roberto

↳ Primer puesto Miguel

6. Respecto de la calidad de los productos Q, T, Z y P se conoce lo siguiente:
- La calidad de Q no es mejor que la de T.
 - Z es de calidad inferior a Q, pero mejor que P

Luego de evaluar dicha información, podemos afirmar que:

- A) El producto Q no es mejor que Z.
- B) La calidad de Z es superior a Q.
- C) El producto P no es de la más baja calidad.
- D) El producto Z tiene mejor calidad que
- E) El producto Q no es el de más baja calidad.

Solución:

- $Q \leq T$
- $Z < Q$
- $Z > P \rightarrow P < z$

Luego:

$$P < Z < Q \leq T$$

∴ El producto Q no es de la más baja calidad.

7. Cinco amigos rindieron un examen y la nota más alta fue 18. Si se sabe que:
- André obtuvo la mitad de nota que Máximo.
 - Piero obtuvo el promedio de las notas de David y Máximo.
 - Omar obtuvo tanto como David, pero el triple de nota que André.

¿Cuál es la diferencia entre las notas que obtuvieron Piero y André?

- A) 12 B) 3 C) 9 D) 6 E) 4

Solución:

André	Máximo	David	Piero	Omar
2k	4k	6k	5k	6k
$\frac{4k + 6k}{2k} = 5k$				

Máxima nota: $6k = 18 \rightarrow k = 3$

∴ Piero - André = $5k - 2k = 3k = 3(3) = 9$

8. Hernán es el niño más alto de su clase, en la misma clase Miguel es más alto que Rubén y más bajo que Peter. Luego:
 I. Miguel, Rubén y Peter son más bajos que Hernán.
 II. Hernán es el más alto que Peter y más bajo que Rubén.
 III. Peter es el más bajo de todos.

Sólo son verdaderos

- A) I y II B) Sólo I C) II y III D) I y II E) Todas

Solución:

- Hernán
- Miguel > Rubén
- Miguel < Peter → Peter > Miguel
 → Hernán > Peter > Miguel > Rubén

Luego:

I... (V); II... (F); III... (F)

Solo I

ORDENADORES LINEAL

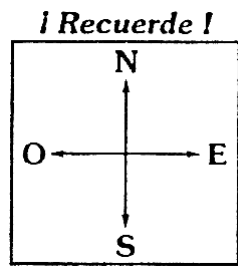
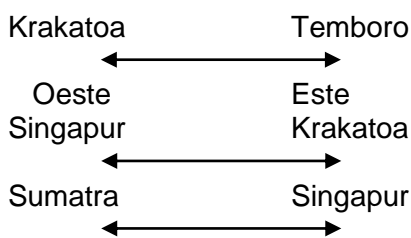
Puede ser horizontal y vertical

A) ORDENAMIENTO HORIZONTAL

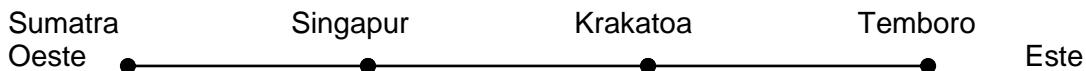
PROBLEMAS RESUELTOS

1. El volcán Temboro esta ubicado al Este del Krakatoa. El volcán Singapur al Oeste del Krakatoa. El Sumatra a su vez está ubicado al Oeste de Singapur, ¿Cuál es el volcán ubicado más al Este?
 A) Sumatra B) Singapur C) Krakatoa D) Temboro E) A o B

Solución:



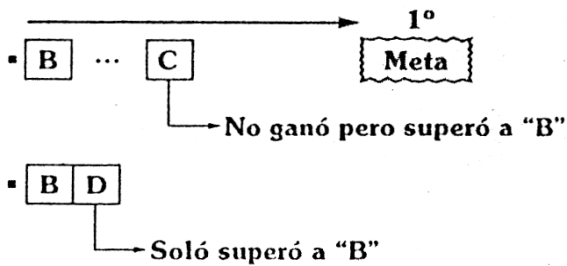
Juntando los datos tenemos



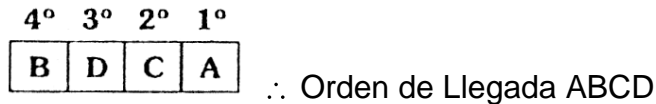
∴ El Temboro está más al este

2. Arturo (A), Benjamín (B), Carlos (C) y Daniel (D) corrieron 100 metros planos. Carlos no ganó pero llegó antes que Benjamín y Daniel sólo superó a Benjamín. ¿En que orden llegaron a la meta?
 A) ADCB B) ACDB C) ABCD D) ACBD E) ABDC

Solución:



Deduciendo y ordenando datos tenemos:



3. Ana, Bertha, Carlos y Diana están sentados en una fila de cuatro sillas numeradas del 1 al 4 José los mira y dice:

“Bertha está aliado de Carlos”

“Ana está entre Bertha y Carlos”

Pero sucede que las dos afirmaciones que hizo José son falsas. En realidad. Bertha está en la silla N° 3. ¿Quién está en la silla N° 2?

- A) Bertha B) Carlos C) No hay suficiente información para estar seguro.
D) Diana E) Ana

Solución:

Como las 2 afirmaciones son falsas, entonces lo correcto sería

- Bertha no está al lado de Carlos.
- Ana no está entre Bertha y Carlos.

Además como Bertha está en la silla N° 3, deducimos que:

1	2	3	4
Carlos	Diana	Bertha	Ana

∴ Diana

4. Si Ana no está después de Danny, pero tampoco antes de Carmen. También Bertha no está después de Ana, pero si de Carmen, la secuencia de las 4 amigas es:

- A) Carmen, Ana, Bertha, Danny
B) Danny, Ana, Carmen, Bertha
C) Bertha, Carmen, Danny, Ana
D) Carmen, Bertha, Ana, Danny
E) Ana, Bertha, Danny, Carmen

Solución:

Ordenando datos resulta:

∴ Carmen, Bertha, Ana, Danny

5. En una hilera de 4 casas; los Álvarez viven al lado de los Barrios, pero no al lado de los Córdova. Si los Córdova no viven al lado de los Torres. ¿Quiénes son los vecinos inmediatos de los Torres?
- A) Álvarez B) Córdova C) Barrios D) Álvarez y Barrios E) Córdova y Álvarez

Solución:

Deduciendo y ordenando datos tenemos que:

Torres Álvarez Barrios Córdova

∴ Los vecinos inmediatos de los Torres serán los Álvarez.

B) RAZONAMIENTO VERTICAL

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Se tiene una casa de cuatro pisos y en cada piso vive una familia. La familia Chunga vive un piso más arriba que la familia Chinchay. La familia Pérez habita más arriba que la familia Sánchez y la familia Chunga más abajo que la familia Sánchez. ¿En qué piso vive la familia Chunga?
- A) Primer piso B) Segundo piso C) Tercer piso D) Cuarto piso
E) Tercero y cuarto piso

Solución:



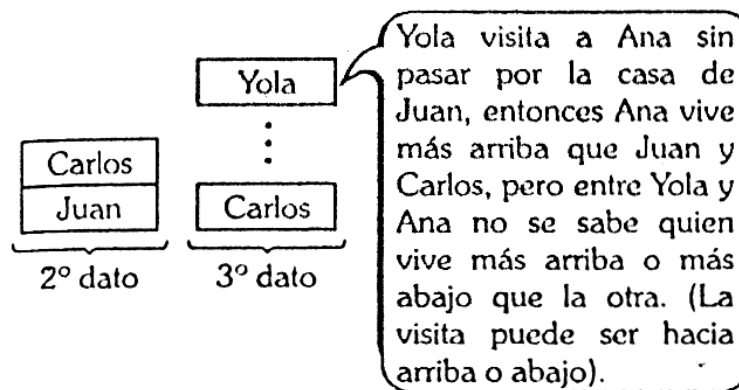
∴ La familia Chunga vive en el 2° piso

2. En un edificio de cinco pisos, viven: Pepe, Carlos, Juan, Yola y Ana. Uno en cada piso.
- Pepe no vive en el primero ni último piso.
 - Carlos vive un piso más arriba que Juan.
 - Yola puede visitar a Ana sin pasar por la casa de Juan, además vive más arriba que Carlos.

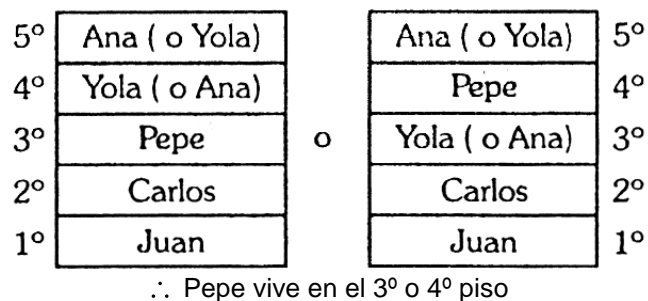
Luego se concluye que

- A) Yola vive en el 2° piso.
B) Ana vive en el 2° piso.
C) Juan vive en el 5° piso.
D) Carlos vive en el 1° piso.
E) Pepe vive en el 3° o 4° piso

Solución:

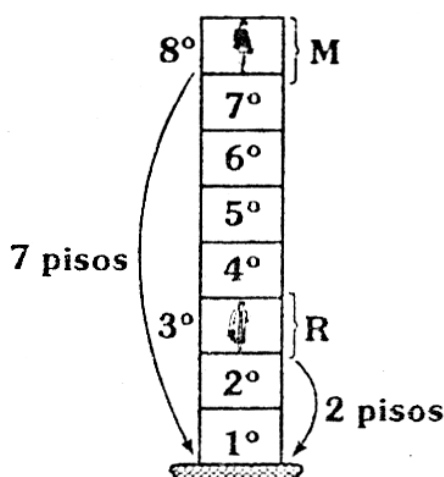


Además, pepe no vive ni en 1° ni 5° piso, entonces, juntando datos se tendrá



3. En un edificio de 18 pisos, Marisol vive en el octavo piso y Raquel en el tercer piso. Con respecto al primer piso.
¿Cuántas veces más alejado se encuentra Manso) que Raquel?
A) 3,5 B)3 C) 2.5 D)2 E)4

Solución:



Marisol vive $7 - 2 = 5$ pisos más alejado que Raquel.

Pero piden:
 $5/2 = 2.5$ veces más

4. Martha, Marisol y Karina viven en un edificio de seis pisos, cada una en un piso diferente.
Si se sabe que:
- El cuarto piso esta desocupado.

- Marisol vive en un piso adyacente al de Norma y al de Martha.
- Karina no vive en el último piso. Podemos afirmar

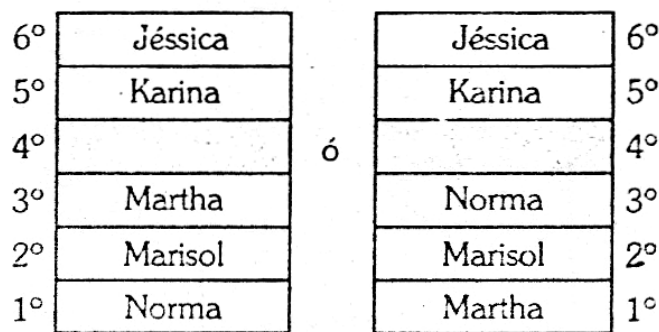
- I. Jessica no vive en el quinto piso
 II. Norma no vive en el tercer piso
 III. Martha vive más arriba que Norma

- A) Sólo I B) I y II C) II y III D) I y III E) Todas

Solución:

Como el 4° piso está desocupado y Marisol vive en un piso adyacente al de Norma y al de Martha, entonces Marisol vive entre Norma y Martha; y por lo tanto deben ocupar los tres primeros pisos, Siendo el 2° piso necesariamente para Marisol.

Si Karina no vive en el último piso, entonces debe vivir en el 5° piso y Jessica en el 6° piso. Luego el cuadro será:



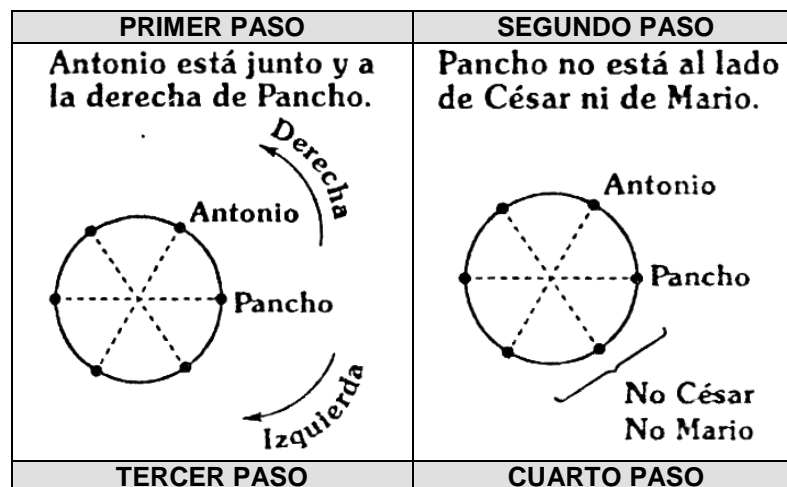
∴ Sólo se cumple que Jessica no vive en el quinto piso.

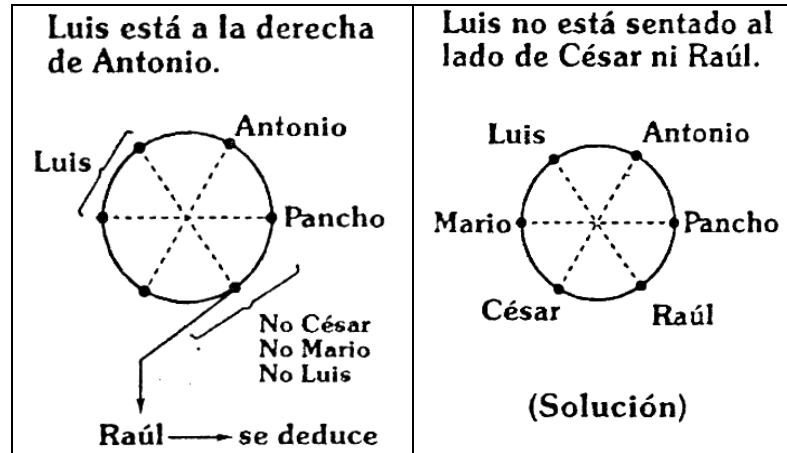
C. ORDENAMIENTO CIRCULAR

1. En una mesa circular hay seis asientos simétricamente colocados, ante la cual se sientan seis amigos a almorzar. Si Luis no está sentado al lado de César ni de Raúl; Pancho no está al lado de César ni de Mario, Antonio está junto y a la derecha de Pancho, Luis está a la derecha de Antonio. ¿Quién está junto y a la derecha de Mario?

- A) Pancho B) Mario C) Raúl
 D) César E) Antonio

Solución:





∴ Junto y a la derecha de Mario está César.

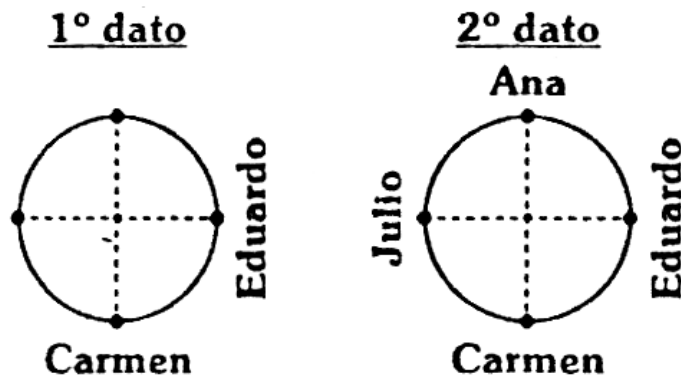
2. Ana, Carmen, Julio y Eduardo se sientan alrededor de una mesa circular de 4 asientos distribuidos simétricamente y desayunan. Si sabemos que:

- Carmen se sienta a la izquierda de Eduardo.
- Dos personas del mismo sexo no sientan juntas.

Podemos afirmar que:

- Eduardo está frente a Carmen.
- Julio se sienta frente a Carmen.
- Julio se sienta a la izquierda de Eduardo.
- Carmen se sienta frente a Julio.
- Ana se sienta a la derecha de Eduardo.

Solucion:



∴ Ana se sienta a la derecha de Eduardo

3. Los integrantes de una familia: Aníbal, Belisario, Coco, Darío, Elena y Euníse se sientan alrededor de una mesa circular con 6 asientos distribuidos simétricamente.

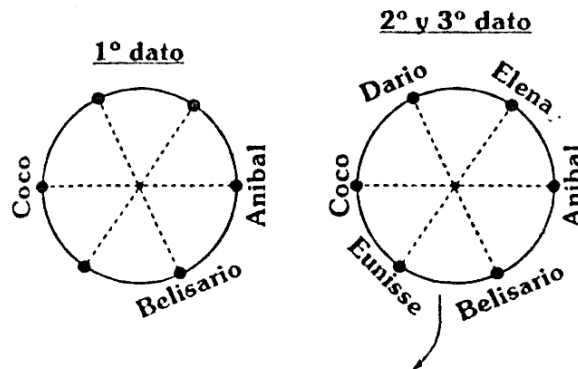
Si se sabe que:

- Aníbal se sienta junto a la derecha de Belisario y frente a Coco.
- Darío no se sienta junto a Belisario.
- Elena no se sienta junto a Coco.

¿Quién está junto y a la derecha de Coco?

- Anibal
- Belisario
- Darío
- Elena
- Eunisse

Solución:



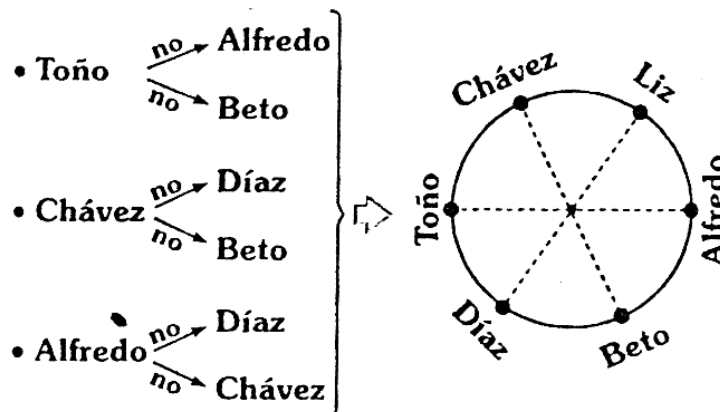
∴ Junto y a la derecha de Coco está Eunisse.

4. Seis amigos se ubican alrededor de una fogata. Toño no está sentado al lado de Alfredo ni de Beto. Chávez no está al lado de Días ni de Beto. Alfredo no está al lado de Díaz ni de Chávez. Liz esta junto y a su derecha de Alfredo. ¿Quién está sentado a la izquierda de Chávez?

- A) Días B) Liz C) Beto
D) Alfredo E) Toño

Solución:

Según los datos



∴ A la izquierda de Chávez está sentada Liz.

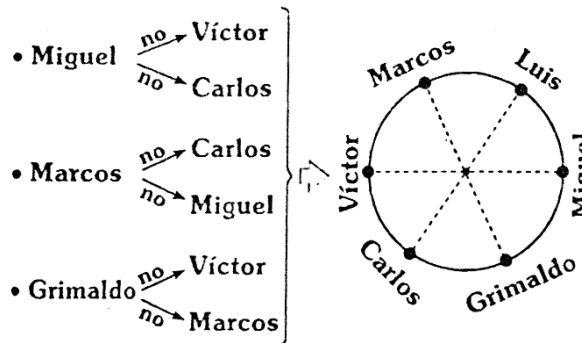
5. Seis personas conversan alrededor de una mesa redonda. Se sabe que:
- Miguel no se sentó al lado de Víctor ni de Carlos.
 - Marcos no se ubicó al lado de Carlos ni de Miguel.
 - Grimaldo no se sentó al lado de Víctor ni de Marcos. La sexta persona se llama Luis.

¿Quién se sentó frente a Grimaldo?

- A) Luis B) Miguel C) Carlos D) Marcos E) Víctor

Solución:

Según los datos



∴ Marcos

NOTA

Para que una solución sea aceptada, se debe verificar que nuestro ordenamiento cumpla con todos los datos del problema.

D. TEST O CUADRO DE DECISIONES

Para desarrollar este tipo de problemas se requiere de un buen razonamiento y deducción lógica, ayudándose con cuadros de doble entrada, en los cuales cada casilla se marca con "SI" ó "✓" para indicar que la combinación es cierta (verdadera), o con un "NO" ó "X" indicando que se rechaza, todo esto sacando conclusiones de las premisas planteadas. Debemos observar que en una fila ó en una columna debe haber una y sólo una casilla con "SI" o "✓".

PROBLEMAS RESUELTOS

- Tres amigos Martín, Pedro y Juan tiene cada uno una mascota diferente. Se sabe que
 - El gato y el perro peleaban.
 - Martín le dice al dueño del gato que el otro amigo tiene un canario.
 - Pedro le dice a Juan que su hijo es veterinario.
 - Pedro le dice al dueño del gato que éste quiso comerse al canario.

¿Qué animal tienen Juan?

- A) Perro B) Gato C) Canario
D) Loro E) Falta Datos

Solución:

Primero: Se elabora un cuadro de doble entrada donde se relacione el nombre de las personas y sus mascotas.

Así

	Perro	Gato	Canario
MARTIN			
PEDRO			
JUAN			

Segundo: Se analiza las premisas

“Martín le dice al dueño del gato que el otro amigo tiene un canario”.

De aquí se deduce que Martín no es dueño del gato ni del canario, por lo tanto será dueño del perro y con esto descartamos como dueños del perro a Pedro y Juan.

	Perro	Gato	Canario
MARTIN	Si	x	x
PEDRO	x		
JUAN	x		

Al descubrir un SI, debemos descartar toda la fila y toda la columna correspondiente al casillero descubierto.

“Pedro le dice al dueño del gato que éste quiso comerse al canario”.

Se deduce que Pedro no es el dueño del gato y por el dato anterior no es dueño del perro (cuyo dueño es Martín), entonces será dueño del canario.

	Perro	Gato	Canario
MARTIN	Si	x	x
PEDRO	x	x	Si
JUAN	x		X

Por descarte, Juan será el dueño del gato. (Única posibilidad).

	Perro	Gato	Canario
MARTIN	Si	x	x
PEDRO	x	x	Si
JUAN	x	x	X

∴ Juan será el dueño del gato.

2. El señor Blanco, el señor Rojo y el señor Pardo, almorzaban juntos. Uno llevaba corbata blanca, otro roja, y el otro parda. Es curioso dijo el de la roja las corbatas que llevamos corresponden a nuestros apellidos, pero ninguno la lleva del color de su apellido.

En efecto tiene usted razón repuso el señor Blanco.

¿De qué color era la corbata del señor Pardo?

- A) Blanco B) Pardo C) Rojo D) Negro E) Azul

Solución:

- Ninguno lleva la corbata que indica su apellido, entonces:
- El Sr. Blanco no lleva corbata blanca, tampoco lleva la roja, porque el de la corbata roja dialogaba con él, por lo tanto el Sr. Blanco tiene corbata parda.
- Faltan los señores Pardo y Rojo y que dan las corbatas blancas y roja, de donde se deduce que:

{ El Sr. Pardo tiene corbata roja
 { El Sr. Rojo tiene corbata blanca

El cuadro quedará:

	Blanca	Roja	Parda
Sr. Blanco	x	x	SI
Sr. Rojo	SI	x	x
Sr. Pardo	x	SI	x

∴ La corbata del Sr. Pardo es de color rojo.

3. Margarita, Rosa, Azucena y Violeta son cuatro chicas que reciben de sus enamorados un ramo de flores cada una y que de casualidad concuerdan con sus nombres aunque ninguna recibió de acuerdo al suyo. Se sabe que el ramo de rosas lo recibió Azucena pero ni Rosa ni Violeta recibieron las azucenas. Entonces Violeta recibió
- A) Margaritas B) rosas C) azucenas D) violetas
E) Imposible de de terminar.

Solución:

- Como las azucenas no fue recibido por Rosa, ni Violeta y tampoco no por Azucena (porque ninguna coincide con su nombre), entonces Las azucenas fue recibido por Margarita.
- Violeta no recibió violetas, tampoco azucenas (porque lo recibió Margarita), ni rosas (porque lo recibió Azucena entonces lo único que le queda a Violeta será las margaritas.

El cuadro por descarte quedará

	Margaritas	Rosas	Azucenas	Violetas
Margarita	x	x	SI	x
Rosa	x	X	x	SI
Azucena	X	SI	x	x
Violeta	SI	x	x	x

∴ Violeta recibió margaritas

4. Ricardo, César, Percy y Manuel tienen diferente ocupación:
- I. Ricardo y el carpintero están enojados con Manuel.
 II. César es amigo del electricista.
 III. El comerciante es familiar de Manuel.
 IV. El sastre es muy amigo de Percy y del electricista.
 V. Ricardo desde muy joven se dedica a vender abarrotos. ¿Quién es el electricista?
- A) Percy B) Manuel C) Cesar D) Ricardo E) Ninguno

Solución:

Al deducir datos tenemos

- De (V) Ricardo es comerciante, luego descartamos el resto de la fila y columna
- De (IV) Percy no es sastre ni electricista.
- De (II) César no es electricista.

	Carp.	Elect.	Sast.	Com.
Ricardo	x	x	x	SI
Cesar		x		x
Percy		x	x	x
Manuel				X

- Según el cuadro, Manuel debe ser el electricista, Percy el carpintero y por descarte César será el sastre.

	Carp.	Elect.	Sast.	Com.
Ricardo	x	x	x	SI
Cesar	x	x	SI	x
Percy	SI	x	X	x
Manuel	x	SI	X	X

∴ El electricista es Manuel

5. Silva, Herrera y Gómez son tres profesores que enseñan Matemática, Historia y Geografía, no necesariamente en este orden
- Si el que enseña Geografía es el mejor amigo de Herrera y el menor de los tres.
 - Silva es mayor que el de Historia.

I. Gómez es el mayor.

II. Gómez enseña Geografía.

III. El de matemática es mayor que Silva.

- A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo III D) I y II E) II y III

Solución:

- De (1): El menor enseña Geografía, entonces Herrera no es geógrafo ni es el menor.
- De (2): Silva (mayor) no enseña Historia, ni Geografía (lo enseña el menor), entonces enseñará Matemática.
- De (1) y (2): Ni Herrera, ni Silva enseñan Geografía, entonces lo enseña Gómez (menor) y por descarte Herrera (mediano) enseñará Historia.

	Mat.	Hist.	Geog.
Silva (mayor)	SI	x	x
Herrera (mediano)	x	SI	x
Gómez (menor)	x	x	SI

Luego:

I es F; II es V; III es F

6. Tres amigos ejercen oficios distintos y por casualidad sus apellidos coinciden con los nombres de estos oficios, aunque no cada uno con el suyo. Al ser preguntados por sus respectivos oficios, respondieron así:

“De las siguientes proposiciones, tres son falsas y una es verdadera”.

- I. El señor Carpintero no es pintor..
- II. El señor Albañil no es carpintero.
- III. El señor Carpintero es carpintero.
- IV. El señor Albañil no es pintor.

¿Cuál es la proposición verdadera?

- A) I B) II C) III D) IV E) Las premisas son contradictorias

Solución:

• Posibilidades

	I	II	III	IV	
1er caso	V	(F)	F	(F)	(Imposible)
2do caso	(F)	V	F	(F)	(Imposible)
3er caso	F	(F)	(V)	F	(Imposible)
4to caso	F	F	F	V	(Posible)

Análisis

- El 1er caso es imposible porque las proposiciones II y IV, no pueden ser ambas falsas.

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. La hija de la hija del tío de mi padre, es mí:

A) Sobrina B) Hermana C) Tía D) Abuela E) Prima
2. Mario dice “No tengo hermanos ni hermanas, pero el padre de ese hombre es hijo de mi padre”. Con la expresión ese hombre, él se refiere a:

A) Su padre B) El mismo C) Su tío D) su hijo E) su primo
3. Del argumento:

“María es hija de Carmen y hermana de Jorge y Rocío; sin embargo, Maria tuvo una hija llamada Rita, la cual se casó con César y de cuyo matrimonio nació Roxana; pero Rocío tuvo una hija llamada Silvia, quien tuvo dos hijos; Isabel y Raúl”, se concluye:

 1. Silvia es sobrina de Maria y nieta de Carmen.
 2. Jorge es tío de Rita y Silvia.
 3. Rocío es abuela de Isabel y Raúl.
 4. Carmen es bisabuela de Roxana y abuela de Silvia.
 5. María es tía de Silvia y abuela de Roxana.

Son ciertas:

A) Sólo I y 2 B) Solo I y 3 C) Sólo 2 y 4 D) Sólo 3 y 5 E) Todas
4. En la oficina de una compañía de seguros se encuentran 5 hermanos 5 padres, 5 hijos, 5 tíos, 5 sobrinos, y 5 primos para firmar sus respectivos contratos. El menor número de contratos que firmaron será:

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 11 contratos

5. Sabemos que Juan es mayor que José, Julio es menor que Jesús Y José no es menor, que Jesús.
¿Quién es el menor de todos?
a) Jesús b) José c) Juan d) Julio e) Jaime
6. En un examen “A” obtuvo menos puntaje que “B”, “D” menos puntaje que “E”. Si “E”, obtuvo más puntos que “B”.
¿Quién obtuvo el puntaje más alto?
a) A b) B c) C d) D e) E
7. Karina, Judith, Gladis y Carmen viven en cuatro casas contiguas. Un observador nota que Karina vive a la derecha de Gladis y que Judith no vive a la izquierda de Carmen.
Además Karina vive entre Judith y Gladis.
Podemos afirmar que:
a) Gladis vive en el extremo izquierdo.
b) Judith vive a la derecha de Karina.
c) Carmen vive entre Gladis y Karina.
d) Karina vive a la derecha de Judith.
e) Judith vive a la izquierda de Juana.
8. Dante, Luís, Alex y César viven en cuatro casas antiguas. Si Dante vive a la derecha de Alex. Luís no vive a la izquierda de César y Dante vive entre Alex y César. Si contamos de izquierda a la derecha quién ocupa la tercera posición.
A) Luis b) Alex c) Cesar d) Dante e) Luis y Alex
9. La ciudad “x” está al Nor-Este de la ciudad “y”; la ciudad “z” está al Nor-Este de la ciudad “y”. Luego:
a) “x” queda más cerca de “y” que de “z”.
b) “x” queda al sur-oste de “z”.
c) “y” que al sur-oeste de “x”.
d) “x” e “y” son la misma ciudad.
e) “x” está al Nor-este de “z”.
10. Seis amigos desean jugar al póker en mesa redonda. “A” está a la derecha de “B”; “C” no quiere estar junto a “D” ni a “E”, “D” está frente a “A”; entonces:
a) “F” no juega.
b) “F” esta a la izquierda de “C”.
c) “F” está entre “C” y “D”.
d) “E” está a la derecha de “D”.
e) “F” esta a la izquierda.
11. Cuatro personas: A, B, C y D viven en un edificio de cuatro pisos, cada una en un piso diferente. Si se sabe que C vive un piso más arriba que A. B vive más arriba que D y C vive más abajo que D.
¿En que piso vive C?
a) 1er piso b) 2do piso c) 3er piso d) 4to piso e) 5to piso
12. Cuatro hermanos viven en un edificio de cuatro pisos.

Arturo vive en el primer piso, Mario vive más abajo que Jorge y Willy vive un piso más arriba que Mario.

¿En qué piso vive Willy?

- a) 1er piso b) do piso c) 3er piso d) 4to piso e) 5to piso

13. En una carrera entre 5 amigas, María va en primer lugar, Lucrecia en el quinto puesto. Si Linda va en el puesto intermedio entre ambas, Julia le sigue a Linda e Ingrid está mejor ubicada que Julia ¿Quién ocupa el segundo lugar?

- a) Maria b) Lucrecia c) Linda d) Julia e) Ingrid

14. En una carrera particular 7 personas: Federico. Renio. Hugo. Julio, Mario, Camilo y Beto. Si se sabe que:

- Hugo llegó después que Renio pero, antes que Julio.
- Federico llegó en un puesto equidistante de Renzo y Mario que llegó último.
- Beto llegó un puesto antes que Mario pero un puesto después que Camilo y tres puestos detrás de Julio. ¿Quién llegó en cuarto lugar?

- a) Federico b) Renio c) Hugo d) Camilo e) Beto

15. En una carrera de caballos participaron 5 de estos retores animales: Jet, Trueno, Galaxia, Expreso y el gran favorito Láser. Se sabe que no llegan a la meta más de uno a la vez. Además se sabe que Expreso llegó después de Jet y Galaxia; trueno llegó entre los 3 primeros puestos. El favorito no defraudó.

Galaxia llegó a la meta antes que trueno por una nariz. Los últimos tres lugares los ocuparon respectivamente:

- a) Trueno-Galaxia-Expreso
 b) Jet-Expreso-Galaxia
 c) Trueno-Jet-Expreso
 d) Expreso-Jet-Trueno
 e) Galaxia-Trueno-Expreso

16. No podemos determinar la ubicación de "E". En un examen "A" obtuvo menos puntaje que "B", "D" menos puntaje que "E". Si "E", obtuvo más puntos que "B".

¿Quién obtuvo el puntaje más alto?

- a) A b) B c) C d) D e) E

17. Rolando, Sergio, Javier y Mario tienen diferente ocupación y domicilio. Sabemos que:

- El dibujante vive en Magdalena.
- Javier no vive en Lima ni en Magdalena.
- Mario reside en el Perú.
- El vendedor trabaja en el extranjero.
- Rolando vive en Pueblo Libre.
- Mario es metalúrgico.
- Uno de ellos es empleado público.

¿Cuál es la ocupación y el domicilio de cada uno?

Rptas.

- a) Rolando es Empleado Público y vive en Pueblo Libre.
 b) Sergio es dibujante y vive en Magdalena.
 c) Javier es vendedor y vive en el extranjero.
 d) Mario es metalúrgico y vive en Lima.

18. Luís, Miguel y Alberto, tienen diferentes afición y gustos en el Fútbol (Universitario, Alianza Lima, Deportivo Municipal). Literatura (novela, poesía, periodismo). Licores (gin, pisco, cerveza) y cigarrillos (Camel, Winston y Hamilton).

1. Miguel no simpatiza con la 'U'.
2. Al socio del Municipal le gusta el pisco.
3. El que fuma Camel es periodista.
4. El de la "U" toma cerveza.
5. El hincha de Alianza trabaja en la "La Crónica".
6. Luís disfruta cuando juega Municipal o lee a Bécquer.
7. Alberto fuma Winston.
8. Uno de ellos fuma Hamilton.

Identifique los gustos de Alberto:

Rptas.

Los gustos de Alberto son:

- a) Es hincha de la "U".
- b) Le agrada la cerveza.
- c) Le agrada la Novela.
- d) Fuma cigarrillos Winston

19. Cuatro amigos: A, B, C, D, tienen diferentes profesiones: Arquitecto, Ing. Mecánico, Ing. Civil e Ing. Industrial y viven en cuatro distritos diferentes: San Juan, Miraflores, Comas y Barranco.

- El Arquitecto vive en Miraflores.
- "D" es Ing. Civil.
- El Ing. Industrial no conoce Barranco.
- Ni "D" ni "C" viven en San Juan.
- "A" vive en Barranco.

Determinar dónde vive cada uno.

Rptas.

- a) A vive en Barranco.
- b) vive en San Juan.
- c) vive en Miraflores.
- d) vive en Comas.

20. Se sabe que las profesiones de Ana, Betty, Claudia y Elena son Arqueóloga, Abogada, Doctora y Profesora, no necesariamente en ese orden.

Se sabe que:

- Ana está casada con el hermano de la Abogada. .
- Betty y la Profesora van a trabajar en la movilidad de la abogada.
- Las solteras de Claudia y la Arqueóloga son hijas únicas.
- Betty y Elena son amigas de la Doctora la cual está de novia.

¿Quién es la Doctora?

- a) Ana b) Betty c) Claudia d) Elena e) No se determina.

1. e	2. d	3. e	4. a	5. d	6. c	7. b	8. c	9. c	10. d
11. b	12. c	13. d	14. a	15. c	16. c	17.	18.	19.	20. c

BIBLIOGRAFIA

- RUBIÑOS TORRES LUIS, Razonamiento Matemático, Editorial Moshera Lima 2002.
- ASOCIACION DOCENTES (ADUNI), Razonamiento Matemático, Lumbreras, Editores 1ra Edición Lima 2001
- COVEÑAS NAQUICHE Manuel, "Razonamiento Matemático", Editorial Coveñas 4ta Edición.
- ZEVALLOS OSCAR, Razonamiento Matemático 3ra Edición Perú 1992
- NEWMAN R. JAMES, El Mundo de las Matemáticas Colección Sigma, Editorial Grisolbo S.A. Barcelona España 1992.
- FESTIVAL MAGICO MATEMATICO, Alianza Editorial Madrid 1986.
- SIGLO XXI, Razonamiento Matemático, Salvador Timoteo Valentín, Lima-Perú
- TORI LOZA ARMANDO, Razonamiento Matemático, Colección RACSO, Lima 1998